

Université du Québec  
INRS-Eau

**VALIDATION DES VITESSES D'UN MODÈLE HYDRODYNAMIQUE  
BIDIMENSIONNEL ; PRISE EN COMPTE DE LA VARIABILITÉ DES  
PROFILS VERTICAUX DES VITESSES PAR UN TERME DE  
DISPERSION**

Par  
Véronique Dubos  
Maîtrise en mathématiques,  
Université de Bordeaux, France

Mémoire présenté pour l'obtention  
du grade de Maître ès sciences (M. sc.)  
en sciences de l'eau

Jury d'évaluation

Examineur externe

Jean-Loup Robert,  
Département de génie civil,  
Université Laval

Examineur interne

Michel Leclerc, INRS-Eau

Directeur de recherche

Yves Secretan, INRS-Eau

Novembre 2001

# RÉSUMÉ

---

Lors d'une étude sur le transport de sédiments, la rivière des Escoumins a été modélisée par HYDROSIM. C'est un modèle de calcul hydrodynamique qui résout les équations de Saint-Venant, bidimensionnelles horizontales, par la méthode des éléments finis. Le tronçon de la rivière étudié, comporte une section d'entrée rectiligne suivie d'un coude avec une topographie assez complexe qui comporte une barre à l'intérieur du coude, et une mouille à l'extérieur de celui-ci. Malgré une bonne calibration du modèle en niveau d'eau et en débit, les vitesses simulées se sont avérées mal distribuées par rapport aux vitesses mesurées sur le domaine. Les vitesses en faible profondeur, au-dessus de la barre, tout à l'intérieur de la courbe, sont surestimées par le modèle, tandis que les vitesses en forte profondeur, au niveau de la mouille, sont sous-estimées.

Les paramètres de calibration du modèle numérique ont tout d'abord été vérifiés. Ils ont montré qu'une bonne calibration du modèle permettait d'améliorer grandement les résultats sur les vitesses. Cependant, la tendance des résultats présentait toujours une surestimation des vitesses en faible profondeur ainsi qu'une sous-estimation des vitesses en forte profondeur. Les hypothèses du modèle numérique, comme la formulation et la prise en compte de la ligne de séparation entre les zones inondées et exondées, ne sont pas responsables de la mauvaise distribution des vitesses.

Les simplifications utilisées dans les équations de Saint-Venant ont ensuite été étudiées. Nous avons jugé que l'hypothèse du profil vertical uniforme des vitesses pouvait être restrictive dans notre cas. Afin de le vérifier, les équations du mouvement ont été rétablies sans supposer l'uniformité des profils verticaux. L'influence de la variabilité des profils verticaux des vitesses a alors été introduite dans le modèle sous forme d'un terme dispersif. Les termes dispersifs ont été calculés explicitement pour la rivière des Escoumins ainsi que sur un canal courbe de  $270^\circ$ , à partir des profils verticaux mesurés dont nous disposons. La variabilité générale des vitesses s'est trouvée améliorée sur le canal courbe, tandis que sur la rivière, les résultats se sont avérés moins bons que ceux obtenus

avec l'hypothèse de l'uniformité des profils verticaux. Ces résultats nous ont permis de conclure que les termes dispersifs devaient être introduits de façon anisotrope.

L'introduction des termes dispersifs anisotropes, issus de la variabilité des profils verticaux mesurés, ayant donné des résultats prometteurs, nous avons tenté de modéliser ces termes à l'aide de variables connues. La paramétrisation a été choisie en fonction de l'hydraulique de l'écoulement ainsi que par expérimentation numérique. Les valeurs des vitesses, obtenues avec la combinaison de paramètres optimaux, sont très légèrement améliorées sur la rivière tandis que sur le canal, l'amélioration se situe surtout dans la variabilité de l'écoulement. Nous obtenons donc un modèle simple, ne modifiant pas les équations résolues par HYDROSIM, capable de représenter les transferts de convection dans des cas à la limite de validité des équations de Saint-Venant. Quelques limitations et des perspectives de recherche sont également présentées.

## REMERCIEMENTS

---

Je tiens en premier lieu à remercier mon directeur de recherche, le professeur Yves Secretan pour son intérêt, son aide, ses encouragements et sa très grande disponibilité tout au long de ce travail. Mes remerciements iront également à Michel Leclerc pour son intérêt ainsi qu'à Paul Boudreau et à Mourad Heniche pour leurs précieux, et souvent essentiels, conseils lors des simulations.

Merci à Michel Lapointe et Christian Latulippe pour les données et l'expérience du terrain ainsi qu'à l'organisation du Centre Interdisciplinaire de Recherche sur le Saumon Atlantique pour son soutien financier.

Enfin je voudrais exprimer ma reconnaissance envers toutes les personnes qui ont su donner une ambiance chaleureuse et réjouissante à ces deux années d'étude.

# TABLE DES MATIÈRES

---

RÉSUMÉ	II
REMERCIEMENTS	IV
TABLE DES MATIÈRES	V
LISTE DES FIGURES	IX
LISTE DES TABLEAUX	XI
NOTATIONS	XIII
1. INTRODUCTION	1
1.1 DESCRIPTION DU DOMAINE D'ETUDE	1
1.2 PROBLEMATIQUE	4
1.3 REVUE DE LITTÉRATURE	6
1.3.1 Mise en évidence de l'importance de la variabilité du profil vertical des vitesses par validation des modèles en vitesses	7
1.3.2 Approximation du terme de dispersion par une constante pondérant la convection	8
1.3.3 Prise en compte du terme de dispersion comme faisant partie du stress effectif, utilisation d'une paramétrisation simple	9
1.3.4 Prise en compte du terme de dispersion par la paramétrisation des produits des vitesses dans les termes de convection	10
1.3.5 Autres méthodes indirectes	11
1.3.6 Conclusion	12
1.4 OBJECTIFS DE RECHERCHE	12
1.5 HYPOTHESES ET PLAN DE TRAVAIL	13
2. MODÈLE MATHÉMATIQUE	15
2.1 ÉQUATIONS ET HYPOTHESES POSEES	15
2.2 DEVELOPPEMENT A PROPOS DE L'HYPOTHESE DU PROFIL VERTICAL CONSTANT	17
2.2.1 Ordre de grandeur des termes des équations	17
2.2.2 Développement théorique	19
2.2.3 Transformation du repère tangent au repère cartésien	21
3. ÉTUDE DE LA SENSIBILITÉ DES PARAMÈTRES DU MODÈLE NUMÉRIQUE HYDROSIM	25
3.1 ÉTUDE DE LA SENSIBILITE DES VISCOSITES TURBULENTE ET NUMERIQUE	26
3.1.1 Protocole expérimental	27
3.1.2 Résultats	28
3.2 ÉTUDE DE LA SENSIBILITE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT	28

3.2.1 Protocole expérimental _____	29
3.2.2 Résultats _____	29
3.3 VERIFICATION DE LA FORMULATION : MEFLU <i>vs.</i> HYDROSIM _____	30
3.3.1 Protocole expérimental _____	31
3.3.2 Résultats _____	31
3.4 VERIFICATION DU COUVRANT-DECOUVRANT _____	32
3.4.1 Protocole expérimental _____	33
3.4.2 Résultats _____	34
3.5 CONCLUSION _____	35
4. PRISE EN COMPTE DE LA VARIABILITÉ DU PROFIL DES VITESSES : UTILISATION DES PROFILS MESURÉS. _____	39
4.1 CANAL COURBE EXPERIMENTAL _____	39
4.1.1 Choix du canal et caractéristiques _____	39
4.1.2 Résultats obtenus par simulation avec HYDROSIM, sans l'introduction de la variabilité du profil des vitesses _____	41
4.1.3 Résultats obtenus avec l'introduction de la variabilité des profils verticaux mesurés _____	44
4.1.3.1 Méthode de calcul des coefficients _____	44
4.1.3.2 Résultats _____	46
4.1.3.3 Comparaison des vitesses simulées par HYDROSIM avec les mesures et les résultats de Jin et Steffler _____	47
4.1.3.4 Discussion _____	48
4.1.3.5 Conclusion _____	49
4.1.4 Étude de l'anisotropie du poids sur la convection _____	50
4.1.4.1 Protocole expérimental _____	50
4.1.4.2 Résultats _____	50
4.1.4.3 Conclusions _____	51
4.2 RIVIERE DES ESCOUMINS _____	51
4.2.1 Résultats obtenus par simulation avec HYDROSIM, sans l'introduction de la variabilité du profil des vitesses _____	51
4.2.2 Analyse de sensibilité des termes de convection _____	52
4.2.2.1 Méthode de calcul des coefficients et introduction dans le modèle _____	52
4.2.2.2 Résultats _____	53
4.2.2.3 Conclusion sur l'introduction des coefficients constants _____	54
4.2.3 Résultats obtenus avec l'introduction de la variabilité profil vertical calculée à partir des mesures _____	55
4.2.3.1 Calcul des coefficients et introduction dans le modèle _____	55
4.2.3.2 Résultats _____	57
4.2.3.3 Conclusion _____	58
4.3 CONCLUSION SUR L'INTRODUCTION DANS LE MODELE DE LA VARIABILITE DES PROFILS MESURES _____	58
5. PARAMÉTRISATION DES COEFFICIENTS DE DISPERSION À PARTIR DES VARIABLES DU MILIEU _____	59

5.1 CHOIX DES VARIABLES UTILISEES POUR LA PARAMETRISATION _____	59
5.1.1 Paramétrisation du coefficient de dispersion longitudinal _____	59
5.1.2 Paramétrisation du coefficient de dispersion latéral _____	61
5.2 CANAL COURBE DE JIN ET STEFFLER _____	62
5.2.1 Présélection des différentes paramétrisations _____	62
5.2.2 Termes de dispersion anisotrope : longitudinal et latéral simultanément _____	64
5.2.2.1 Résultats _____	64
5.2.2.2 Conclusion _____	68
5.3 APPLICATION A LA RIVIERE DES ESCOUMINS _____	68
5.3.1 Terme longitudinal seul _____	69
5.3.1.1 Résultats de la présélection des paramètres _____	69
5.3.2 Terme latéral seul _____	69
5.3.2.1 Résultats de la présélection des paramètres _____	70
5.3.3 Termes de dispersion anisotrope : longitudinal et latéral simultanément _____	70
5.3.3.1 Résultats _____	71
5.3.3.2 Discussion _____	71
5.4 CONCLUSIONS SUR LA PARAMETRISATION DES TERMES DE DISPERSION _____	72
6. CONCLUSION _____	74
6.1 RAPPEL DE LA PROBLEMATIQUE ET DES METHODES DE RESOLUTION _____	74
6.2 RESULTATS ET CONCLUSIONS _____	75
7. BIBLIOGRAPHIE _____	79
A. COMPLEMENTS SUR LES EQUATIONS DE SAINT-VENANT _____	83
B. TERMES DE DISPERSION SUR LE CANAL COURBE DE JIN ET STEFFLER [1993] _____	85
C. TERMES DE DISPERSION SUR LA RIVIERE DES ESCOUMINS _____	91





# LISTE DES FIGURES

---

<i>Figure 1.1 Topographie et vecteurs vitesses simulés sur le domaine d'étude de la rivière des Escoumins</i>	2
<i>Figure 1.2 Profondeur simulée sur le domaine d'étude de la rivière des Escoumins</i>	3
<i>Figure 1.3 Module des vitesses simulées sur le domaine d'étude de la rivière des Escoumins</i>	3
<i>Figure 1.4 Comparaison des niveaux d'eau mesurés et simulés (débit simulé: 10,06 m<sup>3</sup>/s ; débit mesuré: 9,75 m<sup>3</sup>/s)</i>	4
<i>Figure 1.5 Comparaison des vitesses mesurées et simulées (débit simulé: 10,06 m<sup>3</sup>/s ; débit mesuré: 9,75 m<sup>3</sup>/s)</i>	5
<i>Figure 1.6 Exemples de profils verticaux mesurés sur la rivière des Escoumins</i>	6
<i>Figure 2.1 Exemples de profils verticaux typiques mesurés dans un canal courbe de 270°, le long de la même verticale : (a) vitesse longitudinale ; (b) vitesse latérale</i>	22
<i>Figure 2.2 Relation entre les repères longitudinal-transverse et cartésien</i>	23
<i>Figure 3.1 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées pour une hausse de la viscosité numérique (Pe=0,7)</i>	28
<i>Figure 3.2 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées sans augmentation du coefficient de frottement de Manning</i>	29
<i>Figure 3.3 Comparaison des vitesses mesurées et simulées par MEFLU</i>	32
<i>Figure 3.4 Limite du nouveau domaine de simulation sans découvrement</i>	34
<i>Figure 3.5 Comparaison des vitesses mesurées et simulées sur le maillage sans découvrement</i>	35
<i>Figure 3.6 Comparaison des vitesses mesurées et simulées avec les paramètres de calibration de référence (l<sub>m</sub>=0,01, Pe=1,0, n+12%)</i>	37
<i>Figure 4.1 Description du canal courbe utilisé par Jin et Steffler</i>	41
<i>Figure 4.2 Allure du champ des vitesses simulées par HYDROSIM avec l'hypothèse d'un profil vertical constant</i>	42

<i>Figure 4.3 Module des vitesses simulées par HYDROSIM sans introduction des termes de dispersion</i>	43
<i>Figure 4.4 Allure du champ des vitesses obtenu par Jin et Steffler [1993]</i>	44
<i>Figure 4.5 Module des vitesses simulées par HYDROSIM après introduction des termes de dispersion issus des profils verticaux mesurés</i>	46
<i>Figure 4.6 Comparaison des vitesses mesurées et simulées le long des quatre transects</i>	47
<i>Figure 4.7 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées avec un coefficient de dispersion constant: <math>\alpha_{longlong}=\alpha_{atlat}=0,1</math></i>	54
<i>Figure 4.8 Emplacement des points de mesures des profils de vitesses</i>	56
<i>Figure 4.9 Quelques profils verticaux représentatifs du domaine avec le coefficient de dispersion correspondant</i>	56
<i>Figure 4.10 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées avec introduction des coefficients de dispersion <math>\alpha_{ij}</math> calculés à partir des profils mesurés</i>	57
<i>Figure 5.1 Module des vitesses simulées avec la paramétrisation (2)</i>	65
<i>Figure 5.2 Module des vitesses simulées avec la paramétrisation (6)</i>	65
<i>Figure 5.3 Comparaison de l'erreur entre les vitesses mesurées et simulées, pour les quatre transects ainsi que cumulative</i>	66
<i>Figure 5.4 Comparaison de l'erreur entre la variabilité des vitesses mesurées et simulées, pour les quatre transects ainsi que cumulative</i>	67
<i>Figure C.1 Emplacement des points de mesure des profils verticaux</i>	92

# LISTE DES TABLEAUX

---

<i>Tableau 2.1 Ordre de grandeur des termes des équations de Saint-Venant sur la rivière des Escoumins</i>	18
<i>Tableau 3.1 Synthèse des paramètres vérifiés et des résultats obtenus</i>	36
<i>Tableau 5.1 Synthèse des combinaisons vérifiées et des résultats obtenus pour les paramètres de calibration identiques à la simulation de référence : <math>Pe=1,0</math> ; <math>l_m=0,01</math> ; <math>n+12\%</math> ;</i>	71
<i>Tableau B.1 Profils verticaux longitudinaux mesurés, vitesses moyennes et coefficients de dispersion <math>\beta_{longlong}</math></i>	86
<i>Tableau B.2 Profils verticaux latéraux mesurés, vitesses moyennes et coefficients de dispersion <math>\beta_{latlat}</math></i>	87
<i>Tableau B.3 Coefficients de dispersion <math>\beta_{longlat}</math></i>	89
<i>Tableau C.1 Profils des vitesses mesurés sur la rivière des Escoumins et valeurs des termes de dispersion <math>\alpha_{ij}</math> correspondants</i>	90



# NOTATIONS

---

$F$  = force de Coriolis

$g$  = accélération de la pesanteur

$H$  = profondeur

$h$  = niveau de surface

$h_b$  = cote du fond

$l_m$  = longueur de mélange (Prandtl)

$n$  = coefficient de frottement de Manning

$Pe$  = nombre de Peclet

$q$  = débit spécifique

$q_i$  = débit spécifique dans la direction  $i$ , notation d'Einstein

$u, v, w$  = composantes des vitesses dans le repère cartésien

$u_{mi}$  = vitesse théorique moyennée sur la verticale, dans la direction  $i$ , notation d'Einstein

$V$  = valeur de la vitesse mesurée en un point

$V_{long}$  = vitesse dans la direction longitudinale

$V_{lat}$  = vitesse dans la direction latérale ou transversale

$V_{moy}$  = vitesse moyenne sur la verticale

$V_{sim}$  = vitesse moyenne simulée par le modèle

$x, y, z$  = coordonnées cartésiennes

$x_i$  = direction  $i$  en coordonnées cartésienne, notation d'Einstein

$\alpha_{ij}$  = terme de dispersion, multiplicateur du terme d'accélération convective

$\beta_{ij}$  = terme de dispersion, introduit sous forme de contrainte

$\phi$  = angle ( $Ox, V_{moy}$ )

$\varphi$  = latitude

$\lambda$  = coefficient de calibration

$\theta$  = angle ( $V_{long}, V_{moy}$ )

$\omega$  = vitesse de rotation de la Terre

$\tau_{ij}$  = contraintes moléculaires et turbulentes

$\rho$  = masse volumique de l'eau

$\nu_t$  = viscosité dynamique turbulente du fluide

$\nu$  = viscosité dynamique moléculaire du fluide

$\Delta^e$  = surface des éléments

$$\langle * \rangle = \int_{h_b}^h * dz$$

# 1. INTRODUCTION

---

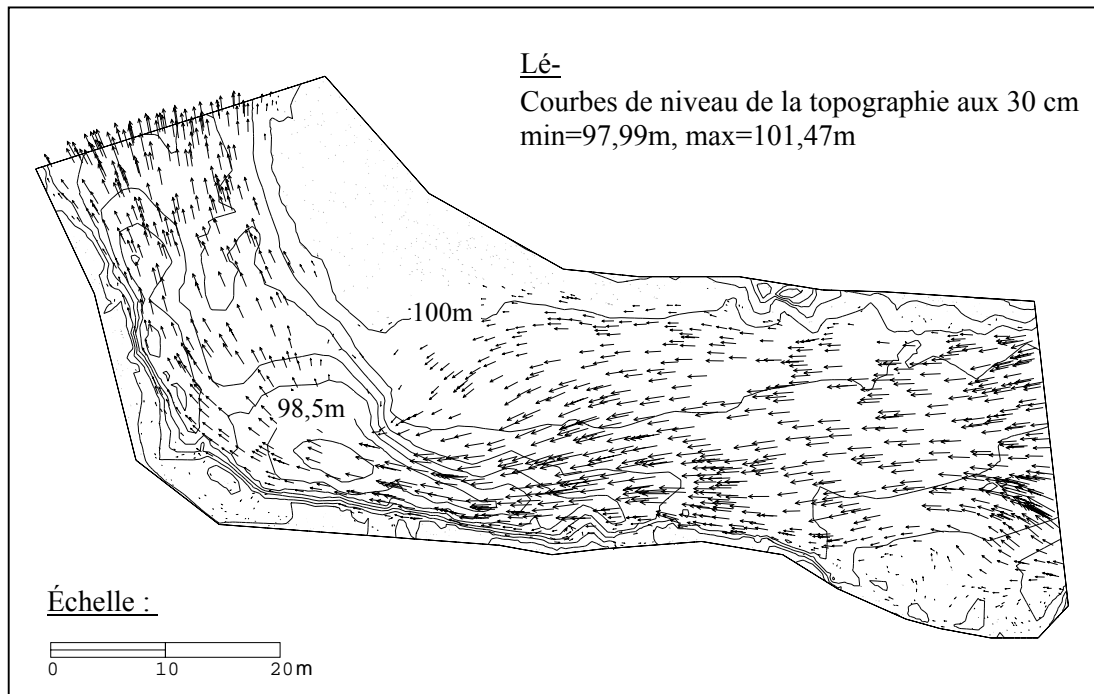
Les modèles hydrodynamiques bidimensionnels horizontaux sont maintenant très largement utilisés lors de projets d'aménagements hydrauliques et environnementaux. Ils permettent également une compréhension plus fondamentale de l'hydrodynamique des rivières. Les modèles bidimensionnels permettent d'obtenir une cartographie des résultats sur le domaine modélisé. Ils peuvent ainsi être appliqués à l'étude de phénomènes hétérogènes dans l'espace comme par exemple le calcul de l'indice des habitats physiques de poissons, le déplacement d'un panache de contaminant, ou la cartographie du transport sédimentaire.

Le modèle utilisé dans la présente recherche est HYDROSIM [Heniche *et al.* 2000 (1)]. Il a déjà été appliqué à l'étude de nombreux cas réels avec succès (voir INRS-Eau [1997] ; Leclerc *et al.* [1998]). C'est un modèle éléments finis qui résout les équations de Saint-Venant bidimensionnelles sous forme conservative. Les variables du modèle sont le débit spécifique et le niveau de la surface libre. Le modèle de turbulence utilisé est de type longueur de mélange. La délimitation de la ligne de rive est effectuée grâce à un algorithme « couvrant-découvrant ». Une description détaillée du modèle numérique HYDROSIM est donnée par Heniche *et al.* [2000 (2)]. HYDROSIM est couplé au logiciel graphique MODELEUR [Secretan *et al.* 2000] qui permet la construction du modèle numérique de terrain (MNT), le pré et le post-traitement des différentes composantes éléments finis, le contrôle des simulations et la visualisation des résultats.

## 1.1 Description du domaine d'étude

Le domaine d'étude est un tronçon de la rivière des Escoumins (région de la côte Nord, Québec). Toutes les données de terrain proviennent de l'équipe de Michel Lapointe (Université McGill) et ont été récoltées à des fins d'étude du transport de sédiment. Lors de

plusieurs campagnes de terrain, la topographie, le substrat du lit et des berges, les vitesses et les niveaux d'eau ont été mesurés de façon précise pour plusieurs débits contrôlés en amont et allant de  $7,4 \text{ m}^3/\text{s}$  à  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ , le débit d'étiage étant d'environ  $1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Pour chaque débit étudié, environ 700 points de mesures de topographie ont été prélevés sur le tronçon d'une longueur de 120 m et d'une largeur de 35 m. Pour le débit étudié ici qui est de  $9,75 \text{ m}^3/\text{s}$ , les profils des vitesses ont été mesurés sur 10 transects, avec 4 à 6 points par transect, soit 47 points au total. Chaque profil comporte de 4 à 10 points de mesure, effectuées en plusieurs réplicats, selon la profondeur. De plus, 37 mesures de vitesses, réparties sur le domaine, ont été prises par ADV (Acoustic Doppler Velocimeter), dans les trois directions  $(x,y,z)$ , à 20 et 30 cm de profondeur. Ces mesures nous seront utiles par la suite pour effectuer la transformation du repère longitudinal-transverse en chaque point au repère cartésien. La Figure 1.1, la Figure 1.2 et la Figure 1.3 présentent un jeu de résultats obtenus par HYDROSIM, soit les vecteurs vitesses, la profondeur et le module des vitesses. La topographie est également représentée sur la Figure 1.1 et l'emplacement des points de mesure des profils verticaux des vitesses est présenté sur la Figure 1.2 et la Figure 1.3.



**Figure 1.1** Topographie et vecteurs vitesses simulés sur le domaine d'étude de la rivière des Escoumins



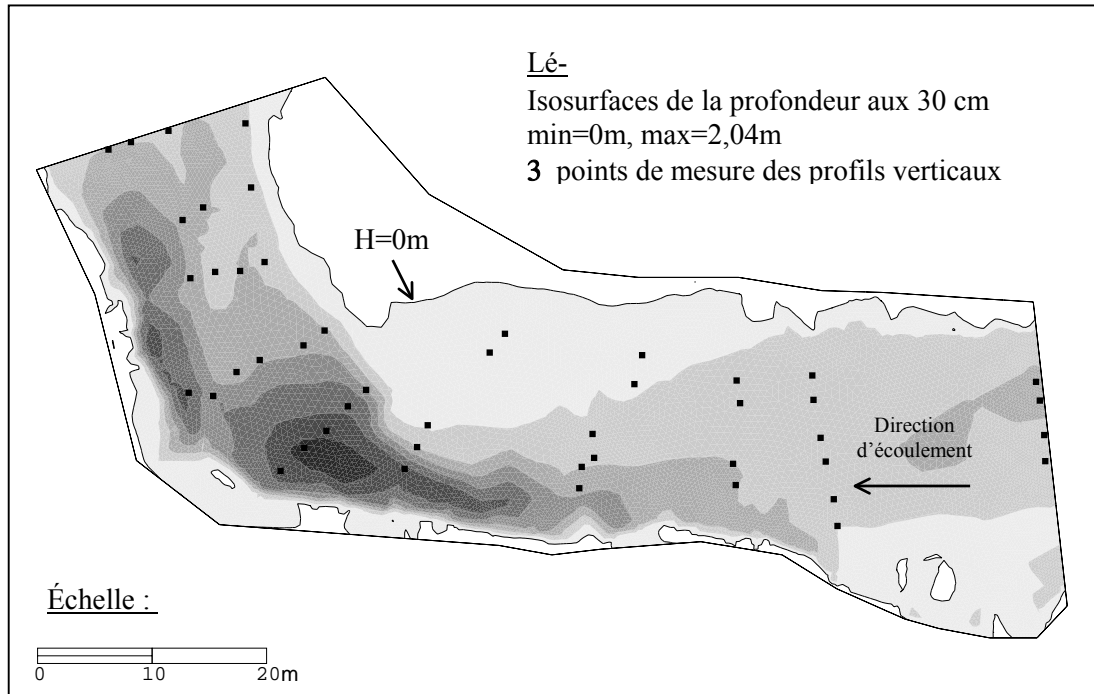


Figure 1.2 Profondeur simulée sur le domaine d'étude de la rivière des Escoumins

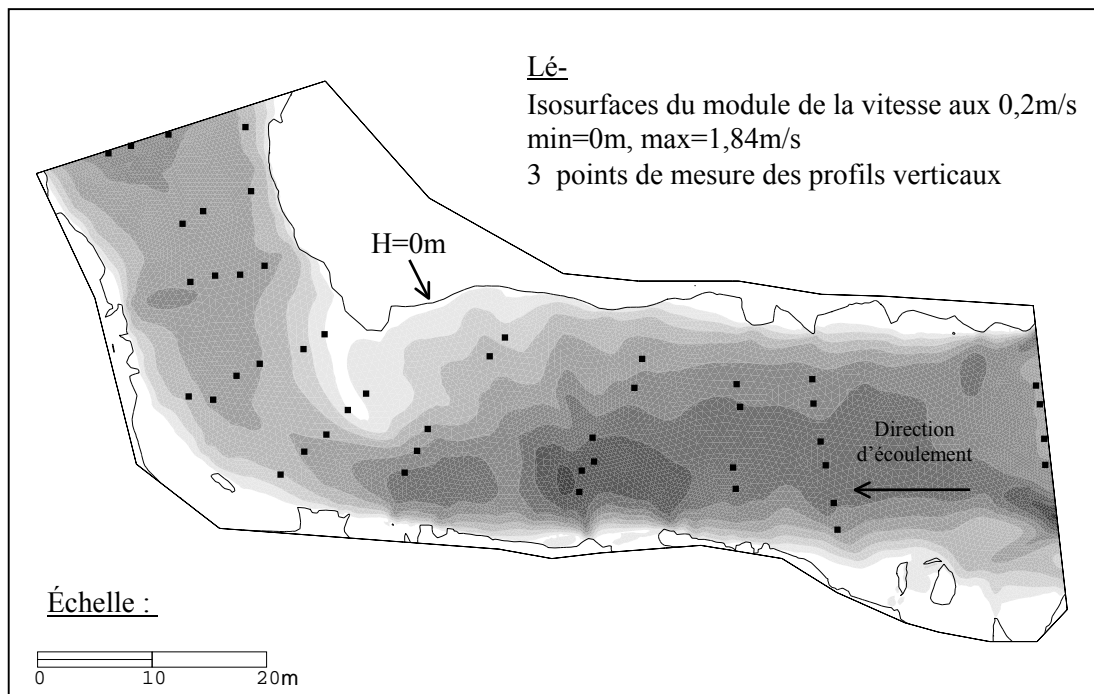
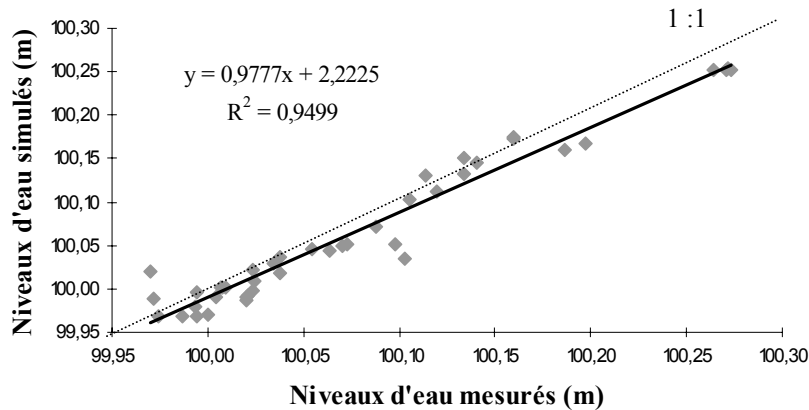


Figure 1.3 Module des vitesses simulées sur le domaine d'étude de la rivière des Escoumins

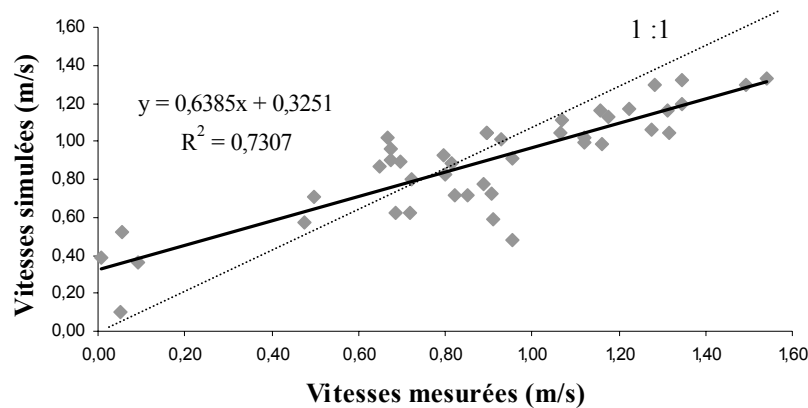
## 1.2 Problématique

La problématique est apparue sur le tronçon de la rivière des Escoumins, décrit à la section précédente, qui a été modélisé à l'aide du modèle HYDROSIM. Le domaine modélisé se compose d'une section rectiligne suivie d'une courbe. La topographie au niveau de la courbe est assez complexe : elle comporte une barre à l'intérieur de la courbe qui plonge jusqu'à la mouille à l'extérieur de la courbe (voir Figure 1.1).

Malgré une bonne calibration du modèle par rapport aux débits mesurés et une excellente validation des niveaux d'eau obtenus (voir Figure 1.4) on a constaté une mauvaise distribution spatiale des vitesses moyennes simulées (voir Figure 1.5). Elles sont en effet systématiquement surestimées (jusqu'à quatre fois supérieures aux mesures) à l'intérieur de la courbe où la profondeur est faible, alors qu'elles sont sous-estimées dans la mouille, à l'extérieur de la courbe.



**Figure 1.4** Comparaison des niveaux d'eau mesurés et simulés (débit simulé: 10,06 m<sup>3</sup>/s ; débit mesuré: 9,75 m<sup>3</sup>/s)

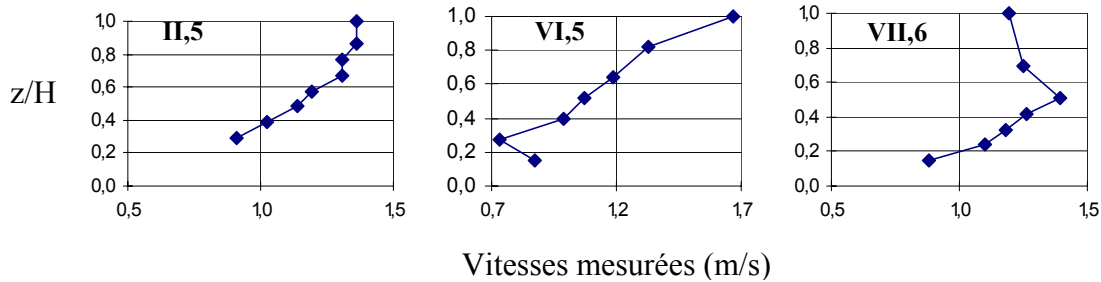


**Figure 1.5 Comparaison des vitesses mesurées et simulées (débit simulé: 10,06 m<sup>3</sup>/s ; débit mesuré: 9,75 m<sup>3</sup>/s)**

Étant donnée la complexité de la topographie par rapport aux dimensions horizontales du domaine, on est en droit de se demander si le modèle bidimensionnel est capable de représenter l'écoulement adéquatement. En effet, les équations de Saint-Venant ne peuvent être appliquées que sous la condition que la profondeur de l'écoulement est faible par rapport à sa largeur, c'est-à-dire que les composantes verticales des vitesses et de l'accélération sont négligeables devant les composantes horizontales. Cela permet de poser l'hypothèse de la pression hydrostatique. De plus, on suppose également que les vitesses sont uniformes sur la verticale. On sait cependant que dans des cas où l'écoulement est plus complexe, comme des écoulements rapidement variés, des écoulements à fortes courbures ou à fortes pentes, la pression n'est plus hydrostatique [Khan and Steffler 1996] et la distribution verticale des vitesses est loin d'être uniforme [Khan and Steffler 1996 ; Steffler and Jin 1993 ; Whitting and Dietrich 1991].

Dans le cas de la rivière des Escoumins, l'hypothèse de la pression hydrostatique, très généralement admise dans la littérature, semble valide car la pente générale est faible (<0,35%) et les mesures ADV disponibles montrent que la vitesse verticale est très faible devant la vitesse horizontale (~1%). Cependant, les mesures des profils verticaux des vitesses nous indiquent qu'ils sont loin d'être constants comme le montrent les trois exemples de profils à la Figure 1.6. La profondeur correspondant à la vitesse mesurée est

notée  $z$ . Les profils représentés ici ont été normalisés. L'emplacement des profils ainsi qu'un jeu de profils plus complet seront présentés à la Figure 4.8 et à la Figure 4.9.



**Figure 1.6 Exemples de profils verticaux mesurés sur la rivière des Escoumins**

La déviation des vitesses le long du profil vertical par rapport à la vitesse moyenne représente l'effet des courants secondaires [Jin and Steffler 1993 ; Lien 1999]. En réduisant la vitesse à une valeur constante sur la verticale, on perd toute information sur ces courants secondaires. Or, ils agissent également sur l'écoulement principal, et les négliger mène à des erreurs sur la distribution de vitesses de l'écoulement [Kalkwijk and De Vriend 1980].

La problématique consiste à savoir si le cas de la rivière des Escoumins est un écoulement à la limite des hypothèses de validité du modèle et s'il est possible d'améliorer le modèle de façon simple, afin de conserver la maniabilité de la modélisation bidimensionnelle, tout en permettant la modélisation d'un écoulement assez complexe.

### 1.3 Revue de littérature

Pour les raisons exposées dans la problématique (section précédente), nous considérons que l'hypothèse de l'uniformité du profil vertical des vitesses est très probablement restrictive dans le cas de la rivière des Escoumins. Le choix des articles de la présente revue est basé sur la mise en doute de cette hypothèse. En effet, plusieurs des modèles bidimensionnels décrits dans la bibliographie et appliqués à des écoulements complexes, montrent qu'il est important de prendre en compte la variabilité des vitesses sur la verticale.

Si l'on ne suppose pas que le profil vertical est constant, l'information sur sa forme doit être prise en compte lors de l'intégration verticale des termes de convection (voir section 2.2 pour la démonstration). Il apparaît alors une intégrale sur la profondeur, des produits des différences entre la vitesse moyenne et la vitesse réelle le long de la verticale:

$$\int_H \frac{(u - u_m)^2}{u_m^2} dz$$

Cette intégrale est appelée **terme de dispersion**, sa contribution physique est définie au paragraphe suivant. Ce terme peut être pris en compte, soit par l'introduction **d'une contrainte de dispersion**, soit par la pondération des termes de convection, ou encore par l'ajout d'information verticale dans le système.

Le terme dispersif, dû à l'intégration verticale des termes de convection lorsque le profil vertical des vitesses n'est pas constant, représente le transfert d'énergie des remous et courants secondaires à l'écoulement principal, soit l'action inverse des contraintes de turbulence. Son importance augmente avec la courbure des lignes de courant [Flokstra 1977]. Dans l'écoulement dans une courbe, c'est ce terme qui participe au transfert de convection de l'intérieur de la courbe à l'extérieur [Kalkwijk and De Vriend 1980 ; De Vriend and Geldof 1983 ; Lien *et al.* 1999].

### 1.3.1 Mise en évidence de l'importance de la variabilité du profil vertical des vitesses par la validation des modèles en vitesses

Beaucoup de modèles non validés avec des vitesses mesurées utilisent une vitesse uniforme sur la verticale, sans pour autant que les résultats obtenus soient jugés mauvais. C'est le cas de Jin et Kranenburg [1993] qui résolvent les équations de Saint-Venant avec une viscosité constante pour la fermeture turbulente mais aucune fermeture pour le terme de dispersion. Leurs résultats sont bons lorsqu'ils modélisent l'écoulement dans un canal rectiligne et que les vagues sont faibles, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de courants secondaires. Ils appliquent ensuite le modèle à la circulation dans un port, qui comporte

alors des courants secondaires, mais ne comparent les résultats qu'avec une solution analytique qui a été calculée en négligeant le terme dispersif décrit plus haut.

Molls et Chaudhry [1995] résolvent eux aussi les mêmes équations. Lorsque leur modèle est appliqué à un écoulement uniforme, leur résultats sont bons, mais lorsqu'il est appliqué à un écoulement autour d'un obstacle ou dans une courbe, les résultats qu'ils obtiennent sont très mauvais, autant en niveau d'eau qu'en vitesse. D'autres auteurs obtiennent des résultats semblables, en particulier De Vriend [1977] qui suggère que les différences avec les mesures proviennent de l'absence d'effet des courants secondaires sur l'écoulement principal dans le modèle.

### **1.3.2 Approximation du terme de dispersion par une constante pondérant la convection**

En première approximation, il est possible de remplacer l'intégrale sur la profondeur de la variabilité des vitesses, par une constante. Cette constante, notée  $\alpha_{ij}$ , pondère alors les termes d'accélération convective de la façon suivante (la démonstration est présentée dans la section 2.2):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{q_i q_j}{H} (1 + \alpha_{ij}) \right)$$

Robert [1983] propose une valeur du terme  $\alpha_{ij}$  comprise entre 0,01 et 0,1. À partir de plusieurs mesures, Bogle [1997] évalue la valeur moyenne du terme de dispersion à  $0,035 \cdot H$ , et compare cette valeur avec celle trouvée par Fischer [1979] qui est beaucoup plus forte, soit  $0,2 \cdot H$ . Dans le modèle décrit par Fread et Lewis [1998], la valeur utilisée est 0,06, lorsqu'il n'y a pas de possibilité de la calculer explicitement. Cependant, aucun des auteurs mentionnés ne présente de résultats en vitesses avec l'utilisation de ces coefficients.

### 1.3.3 Prise en compte du terme de dispersion comme faisant partie de la contrainte effective, utilisation d'une paramétrisation simple

La contrainte effective se définit comme étant l'ensemble des contraintes moléculaires et turbulentes. Ponce et Yabusaki [1981] incluent les contraintes de dispersion à l'intérieur de la contrainte effective. L'influence de cette dernière sur l'écoulement est alors approximée globalement à l'aide du Laplacien des vitesses moyennes, sous la forme :

$$\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} \right) \quad \text{pour } i,j=1,2 \quad \text{et} \quad \varepsilon = \lambda \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}.$$

Malheureusement les résultats présentés, appliqués à la simulation d'un écoulement dans un canal avec recirculation dans une piscine contiguë, comparent le même écoulement avec ou sans prise en compte du terme de stress effectif total. On ne peut donc pas établir l'influence des seules contraintes de dispersion dans l'équilibre des forces. Yeh *et al.* [1988] approximent aussi la contrainte effective globalement, par un coefficient de frottement unique qui comprend également le terme de frottement au fond :

$$g \frac{u_i (u_j^2)^{1/2}}{C} \quad \text{pour } i,j=1,2 \quad \text{et} \quad C = \text{coefficient de rugosité.}$$

Leurs résultats, appliqués à un canal rectiligne comportant un obstacle transversal, manquent de précision et ils suggèrent que la représentation complète de la contrainte effective apporterait une meilleure description des zones de recirculation. C'est ce que propose Li et Falconer [1995] qui conservent les trois composantes de la contrainte effective de façon explicite (viscosité cinématique, fermeture turbulente et contraintes de dispersion). Ils montrent que les contraintes de dispersion sont supérieures aux autres d'un ordre de grandeur. Elles sont calculées après simplification de la formule de Fischer [1979] qui donne le coefficient de dispersion transversale de la quantité de mouvement

$K_t = 25u^* H \left( \frac{uH}{u^* R} \right)$ . Ils obtiennent alors un modèle de la forme :

$$K_t = 3u^* H$$

Leurs résultats, appliqués à l'écoulement dans un port rectangulaire, démontrent que ce terme est essentiel pour une bonne distribution des vitesses qui, sans celui-ci, se trouvent

être très surestimées (jusqu'à 150% d'erreur près des berges en se rapprochant vers le centre).

### 1.3.4 Prise en compte du terme de dispersion par la paramétrisation des produits des vitesses dans les termes de convection

Flokstra [1977] fut l'un des premiers à montrer l'importance de modéliser de façon adéquate les termes résultant de l'intégration verticale des termes de convection. D'après l'auteur, les contraintes de dispersion et les contraintes de turbulence pourraient avoir des influences de sens opposées dans la direction ( $xy$ ), puisque le signe des contraintes de dispersion n'est pas forcément constant, d'où l'importance de modéliser les contraintes de dispersion séparément des contraintes de turbulence. Il calcule alors explicitement les contraintes de dispersion en fonction de la forme théorique des profils verticaux des vitesses longitudinales et latérales. La forme théorique des profils est établie pour un écoulement hélicoïdal simplifié. L'auteur ne présente cependant aucun résultat de l'application de ses équations.

Kalkwijk et De Vriend [1980] paramétrisent les produits de vitesses  $V_{long}V_{long}$  et  $V_{long}V_{lat}$  dans les termes de convection, en utilisant encore la forme théorique des profils des vitesses. Les profils sont ici établis pour une faible courbe, en supposant que les lignes de courants sont tangentes à la courbure du canal, et que la vitesse longitudinale suit une distribution logarithmique sur la verticale. Le terme  $V_{lat}^2$  est négligé et les auteurs considèrent que  $\overline{V_{long}^2} = \overline{V_{long}}^2$ , ce qui revient à ne paramétriser que l'intégrale verticale du terme de convection croisé ( $xy$ ). L'intégration verticale fait apparaître un terme dépendant du rayon de courbure et de l'échange transversal de mouvement par le courant secondaire. Les résultats obtenus sont assez bons, excepté à la sortie de la courbe où les vitesses sont systématiquement surestimées, près de la berge extérieure. L'auteur suggère trois raisons possibles à ces différences, dont le fait que la théorie sous-estime l'effet des courants secondaires.



---

En utilisant les profils verticaux théoriques donnés par Rozovskii [1957] ainsi que le coefficient de dispersion donné par Fischer [1979], Yulistiyanto *et al.* [1998] calculent les contraintes dispersives et montrent que les résultats sont améliorés avec l'introduction de celles-ci dans leur modèle, pour l'application à un écoulement autour d'un cylindre. Enfin, Lien *et al.* [1999] calculent explicitement l'intégration des produits des différences entre les vitesses moyennes sur la verticale et les vitesses réelles en utilisant la forme théorique des profils verticaux donnés par De Vriend [1977]. Puisque la forme théorique du profil vertical des vitesses transversales dépend du rayon de courbure, le résultat de l'intégrale de la différence entre les vitesses moyennes et réelles latérales dépend aussi du rayon de courbure. Leurs résultats sont très bons, qu'ils soient appliqués à des courbures faibles ou fortes. Ils montrent également que les contraintes dispersives sont anisotropes de façon importante, et ont un poids relatif différent dans les directions longitudinale et latérale, selon la courbure pour laquelle ils sont calculés.

### 1.3.5 Autres méthodes indirectes

Il est possible de prendre en compte les termes dispersifs de façon indirecte en modifiant le système d'équation de Saint-Venant. Après avoir intégré verticalement les équations du mouvement, Jin et Steffler [1993] ne font pas d'hypothèse sur le profil vertical des vitesses pour simplifier les termes dispersifs. Ils considèrent plutôt ces derniers comme des inconnus au problème et ils rajoutent deux équations issues des équations *moments of momentum*, intégrées verticalement. Ils obtiennent alors un système de cinq équations. Leurs résultats, appliqués à un écoulement à forte courbure, sont bons. La même méthode des moments pour obtenir de nouvelles équations est utilisée par Khan et Steffler [1996]. Ils font l'hypothèse que le profil vertical des vitesses et la distribution de la pression sont quadratiques, de paramètres inconnus. Leurs résultats sont bons mais ne sont validés qu'en niveau d'eau et pression, et non en vitesses.

### 1.3.6 Conclusion

Les termes de contraintes dispersives sont souvent négligés dans les modèles bidimensionnels, peut-être par excès de confiance dans les hypothèses généralement posées ou parce qu'ils sont difficiles à quantifier [Ponce and Yabusaki 1981 ; Molls and Chaudhry 1995]. On constate cependant que lorsque les modèles sont appliqués à des écoulements complexes pour lesquels il existe des courants secondaires, les contraintes dispersives ont une influence très importante sur la distribution des vitesses, ce qui ne peut être remarqué que par une validation des vitesses. Des travaux précédents ont montré que la prise en compte de ces contraintes de dispersion pouvait améliorer la modélisation des vitesses. Cependant, les recherches effectuées jusqu'à présent ne s'appliquent qu'à des cas spécifiques, comme une courbe régulière [Lien *et al.* 1999], et utilisent un profil de vitesse théorique [Lien *et al.* 1999 ; Yulistiyanto *et al.* 1997], ou présentent des modèles beaucoup plus complexes que le système de Saint-Venant [Jin and Steffler 1993]. L'approximation par une constante est peu étudiée et met en évidence la difficulté de trouver une valeur représentative pour chaque cas étudié.

## 1.4 Objectifs de recherche

L'objectif de ce travail est d'améliorer l'évaluation spatiale des vitesses simulées par le modèle. Il s'agit de déterminer la ou les causes de leur mauvaise représentation actuelle, et ajouter un terme correcteur dans les équations afin de s'affranchir de l'hypothèse du profil vertical uniforme, hypothèse que nous jugeons très restrictive.

La recherche se déroule en trois étapes :

1. valider le modèle numérique HYDROSIM, utilisé pour réaliser les simulations, en vérifiant la sensibilité des paramètres de calibration et des différentes hypothèses numériques. Ceci va permettre de vérifier que ce n'est pas le simulateur lui-même qui cause la mauvaise distribution des vitesses ;

2. effectuer une analyse du modèle mathématique et des hypothèses posées afin d'évaluer la portée de ces dernières sur les résultats. Nous travaillerons en particulier sur la réduction du profil vertical des vitesses à une valeur uniforme ;
3. proposer une paramétrisation du terme de dispersion qui apparaît lors de l'intégration verticale des termes d'accélération convective. Il représente la prise en compte de la variabilité des profils verticaux des vitesses horizontales.

## 1.5 Hypothèses et plan de travail

Au chapitre 2, nous présentons les équations de Saint-Venant et les hypothèses qui sont posées. Nous donnons également les raisons pour lesquelles l'uniformité du profil des vitesses semble invalide sur la rivière des Escoumins et quelles en sont les conséquences sur le développement des équations.

Au chapitre 3, nous présentons la validation des paramètres du modèle numérique HYDROSIM. Nous avons étudié :

- la sensibilité lors de la calibration de la viscosité turbulente et numérique ;
- la sensibilité de la paramétrisation du substrat ;
- la formulation ;
- le calcul de la délimitation de la surface mouillée (couvrant-découvrant).

Au chapitre 4, la variabilité du profil vertical est calculée à partir des profils mesurés. Elle est introduite dans le modèle et appliquée au tronçon de la rivière et au canal expérimental utilisé par Jin et Steffler [1993]. L'étude sur ce canal dont tous les paramètres sont connus, permet en effet de mieux comprendre l'influence des termes rajoutés.

Le chapitre 5 présente la modélisation de la variabilité des profils verticaux à partir des variables du problème sur le canal courbe, ainsi que l'application des résultats obtenus au tronçon de la rivière des Escoumins.

Le chapitre 6 présente la conclusion sur les résultats obtenus, les limitations possibles, ainsi que les perspectives envisageables.

## 2. MODÈLE MATHÉMATIQUE

---

### 2.1 Équations et hypothèses posées

Le modèle HYDROSIM résout les équations de Saint-Venant bidimensionnelles horizontales sous leur forme conservative. Ces équations résultent de l'intégration verticale des équations de Navier-Stokes [Yulistiyanto *et al.* 1998 ; Heniche *et al.* 2000(2)] qui décrivent les deux lois de conservation suivantes :

1. la conservation de la masse,
2. la conservation de la quantité de mouvement ou seconde loi de Newton.

Le modèle peut être appliqué à un écoulement sous les hypothèses de validité suivantes :

- le fluide est incompressible, (masse spécifique constante)
- la pente du fond n'est pas trop forte,
- il n'y a pas de stratification verticale et la dimension verticale est faible par rapport aux dimensions horizontales ce qui permet une approximation par la pression hydrostatique,
- les vitesses horizontales sont supposées uniformes sur la verticale.

En tenant compte de toutes ces hypothèses, nous obtenons les équations moyennées dans le temps et intégrées sur la verticale, soit les équations de Saint-Venant (1), (2) et (3).

L'équation de continuité se présente comme suit :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Les équations du mouvement pour les composantes en (x) et en (y) sont données par :

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_x q_x}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_x q_y}{H} \right) = F_c q_y + gH \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{xy}}{\partial y} + \tau_x(h) - \tau_x(h_b) \quad (2)$$


$$\frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_y q_x}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_y q_y}{H} \right) = -F_c q_x + gH \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{yy}}{\partial y} + \tau_y(h) - \tau_y(h_b) \quad (3)$$

où  $F_c = 2\omega \sin \varphi$  représente la force de Coriolis ;  $\tau_i(h)$  représentent les contraintes sur la surface dues au vent, elles ne sont pas utilisées dans la présente étude ;  $\tau_i(h_b)$  représentent les contraintes de frottement sur le fond, calculées à l'aide de la formule de Chezy-Manning suivante :

$$\tau_i(h_b) = -\frac{n^2 g}{H^{7/3}} |q| q_i \quad \text{pour } i=1,2. \quad (4)$$

Les termes  $\tau_{ij}$  sont la somme des contraintes moléculaires et turbulentes. On considère en général que les forces dues à la fluctuation turbulente ont la même forme que les contraintes visqueuses, ce qui constitue l'hypothèse de Boussinesq [Rodi 1980] et on écrit :

$$\frac{1}{\rho} \tau_{ij} = (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{q_j}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{q_i}{H} \right) \right). \quad (5)$$

  
 Taux de déformation angulaire par cisaillement

La viscosité moléculaire  $\nu$  est une propriété propre au fluide, elle est considérée constante. Par contre, la viscosité turbulente  $\nu_t$ , qui est une propriété de l'écoulement, doit être exprimée en fonction des variables du problème. C'est le modèle de type longueur de mélange qui a été choisi pour la représenter. C'est un modèle simple qui représente généralement suffisamment bien la turbulence dans les milieux naturels. On a alors :

$$v_t = \rho l_m^2 \sqrt{2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2}, \quad (6)$$

où  $l_m$  est une constante qui représente la longueur de mélange horizontale, c'est le paramètre de calibration de la viscosité turbulente utilisé dans HYDROSIM. La viscosité turbulente crée donc un cisaillement proportionnel au gradient des vitesses de l'écoulement. D'autres modèles de fermeture de turbulence sont donnés dans Rodi [1980].

L'intégration verticale des termes convectifs et des contraintes, ainsi que les simplifications considérées sont présentées à l'Annexe A. Plus de détails sur les équations et sur la méthode de résolution numérique par éléments finis utilisée ici sont donnés dans Heniche *et al.* [2000 (2)].

## 2.2 Développement à propos de l'hypothèse du profil vertical constant

### 2.2.1 Ordre de grandeur des termes des équations

Afin de déterminer les termes qui ont le plus d'influence dans les équations, nous avons calculé l'ordre de grandeur de chacun d'eux. Pour cela, nous avons utilisé la calculatrice programmable du logiciel MODELEUR qui permet d'effectuer des calculs sur les champs du domaine de simulation au complet. Ainsi, à l'aide des résultats de la simulation de référence, soit  $(u, v, h)$ , les différents termes des équations ont été calculés en chaque point du domaine, c'est-à-dire sur l'ensemble des noeuds du maillage. La moyenne, l'écart-type le maximum et le minimum des valeurs de chacun des termes ont été calculés sur l'ensemble des points du domaine. Les résultats sont présentés au Tableau 2.1.

**Tableau 2.1** Ordre de grandeur des termes des équations de Saint-Venant sur la rivière des Escoumins

Équation du mouvement selon (x)				
	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart-type</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>
Accélération convective totale	1,41E-03	3,46E-02	-5,37E-01	4,66E-01
Force de Coriolis	9,57E-05	2,59E-05	-4,01E-05	1,30E-04
Pente d'énergie	3,46E-03	4,72E-02	-6,04E-01	8,50E-01
Contraintes : viscosité turbulente ( $lm=0,01$ )	-7,10E-09	3,81E-06	-9,90E-05	8,16E-05
Contraintes : viscosité numérique ( $Pe=1,0$ )	-2,52E-03	2,44E-02	-4,60E-01	1,59E-01
Frottement au fond	6,74E-03	1,11E-02	-3,18E-02	4,59E-01
Équation du mouvement selon (y)				
	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart-type</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>
Accélération convective totale	3,06E-03	2,60E-02	-2,64E-01	4,47E-01
Force de Coriolis	2,81E-05	4,00E-05	-1,78E-05	2,33E-04
Pente d'énergie	-3,88E-03	3,46E-02	-4,24E-01	4,18E-01
Contraintes : viscosité turbulente ( $lm=0,01$ )	4,88E-08	2,76E-06	-8,54E-05	4,27E-05
Contraintes : viscosité numérique ( $Pe=1,0$ )	3,79E-04	1,73E-02	-2,43E-01	2,05E-01
Frottement au fond	-1,11E-03	5,07E-03	-1,40E-01	1,33E-01
Termes de l'équation de continuité				
	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart-type</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>
Hdu/dx	-3,56E-03	3,83E-02	-5,85E-01	3,91E-01
Hdv/dy	2,85E-03	3,65E-02	-2,43E-01	3,11E-01

L'hypothèse sur le profil vertical des vitesses intervient lors de l'intégration verticale des termes d'accélération convective (voir Annexe A). Or, le bilan de l'équilibre des termes de l'équation du mouvement montre que les termes d'accélération convective font partie des termes dominants (voir Tableau 2.1). Il est donc légitime de s'interroger sur



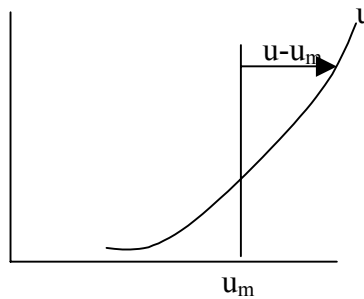
l'importance que peut prendre cette hypothèse dans le développement des équations. De plus, il est également établi que les profils verticaux sont rarement uniformes, comme le montrent quelques exemples de profils présentés à la Figure 4.9, représentatifs du domaine d'étude, mesurés sur la rivière des Escoumins.

Dans la section suivante, nous présentons l'intégration des termes d'accélération convective sans cette hypothèse restrictive et ce que deviennent les nouvelles équations du mouvement.

### 2.2.2 Développement théorique

Utilisons la notation suivante :  $\langle * \rangle = \int_{h_b}^h * dz$

Un profil vertical quelconque des vitesses peut être représenté comme suit :



où,  $u_m = \frac{1}{H} \langle u \rangle$ .

Ainsi, le calcul de  $\langle uu \rangle$ , qui apparaît dans le terme de convection, s'écrit analytiquement comme :

$$\begin{aligned} \langle uu \rangle &= \langle (u_m + (u - u_m))(u_m + (u - u_m)) \rangle \\ &= \langle u_m^2 + 2u_m(u - u_m) + (u - u_m)^2 \rangle \\ &= \langle u_m^2 \rangle + 2u_m \langle (u - u_m) \rangle + \langle (u - u_m)^2 \rangle \\ &= Hu_m^2 + \langle (u - u_m)^2 \rangle \end{aligned}$$

ou, en factorisant :

$$\langle uu \rangle = Hu_m^2 \left( 1 + \frac{1}{H} \left\langle \frac{(u - u_m)^2}{u_m^2} \right\rangle \right).$$

On note alors, suivant la forme utilisée :

$$\alpha = \frac{1}{H} \left\langle \frac{(u - u_m)^2}{u_m^2} \right\rangle \quad (7)$$

qui devient sous la forme  $(1 + \alpha)$ , **coefficient de dispersion pondérateur de la convection**, ou :

$$\beta = \langle (u - u_m)^2 \rangle \quad (8)$$

qui devient **contrainte de dispersion**. On obtient donc :

$$\langle uu \rangle = Hu_m^2 (1 + \alpha) \quad (9)$$

ou

$$\langle uu \rangle = Hu_m^2 + \beta. \quad (10)$$

On notera de façon plus générale :

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{H} \left\langle \frac{(u_i - u_{im})(u_j - u_{jm})}{u_{im}u_{jm}} \right\rangle, \quad (11)$$

et

$$\beta_{ij} = \langle (u_i - u_{im})(u_j - u_{jm}) \rangle, \quad (12)$$

où  $u_{im}$  représente la vitesse moyenne sur la verticale dans la direction  $i$ .

Pour la suite, on utilisera généralement de préférence  $(1 + \alpha_{ij})$  comme coefficient de dispersion, pondérateur de la convection. En effet, ce terme agit directement sur chacun des termes d'accélération convective sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j (1 + \alpha_{ij})),$$

il permet alors de prendre en compte l'anisotropie. Cependant, le calcul des termes  $\alpha_{ij}$  nécessite une normalisation par la vitesse moyenne qui peut prendre de faibles valeurs. Cela entraîne des valeurs parfois importantes pour les termes  $\alpha_{ij}$  qui ne permettent plus la convergence du modèle numérique. Dans ces cas-là, on utilisera plutôt  $\beta_{ij}$  comme con-

contrainte de dispersion. Même si les deux formes sont théoriquement équivalentes, il est apparu lors de simulations réalisées pour le vérifier, que les termes  $\beta_{ij}$  ne permettent pas une aussi bonne prise en compte de l'anisotropie. Lors de l'introduction dans le modèle, ces termes sont en effet sommés en une seule contrainte de dispersion pour chaque équation du mouvement.

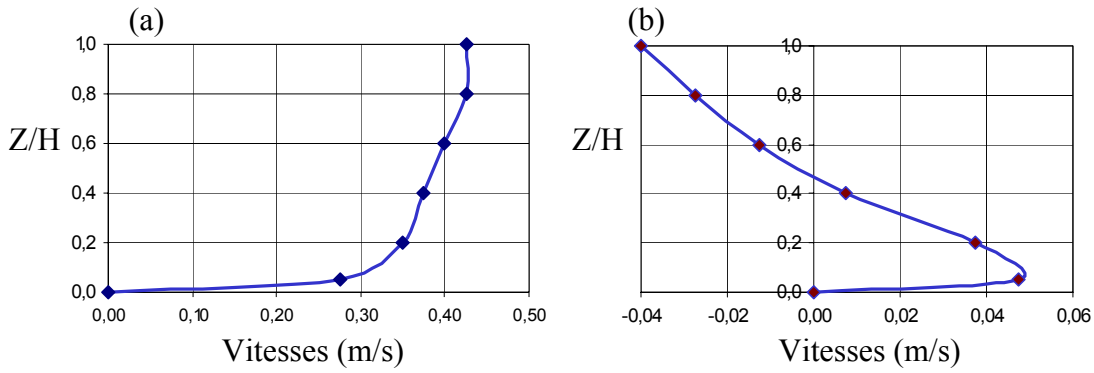
Ainsi, en considérant l'intégration des termes d'accélération convective sans l'hypothèse du profil vertical des vitesses uniforme, les équations du mouvement avec le coefficient de dispersion pondérateur de la convection  $(1 + \alpha_{ij})$ , deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_x q_x}{H} (1 + \alpha_{xx}) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_x q_y}{H} (1 + \alpha_{xy}) \right) = F_c q_y + gH \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{xx}}{\partial x} \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{xy}}{\partial y} + \tau_x(h) - \tau_x(h_b) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_y q_x}{H} (1 + \alpha_{xy}) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_y q_y}{H} (1 + \alpha_{yy}) \right) = -F_c q_x + gH \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{xy}}{\partial x} \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H \tau_{yy}}{\partial y} + \tau_y(h) - \tau_y(h_b) \end{aligned} \quad (14)$$

### 2.2.3 Transformation du repère tangent au repère cartésien

En pratique, les termes de dispersion doivent être reliés aux vitesses longitudinales et latérales. En effet, la forme des profils dans ces deux directions n'est pas guidée par les mêmes phénomènes hydrauliques comme il apparaît lorsque l'on compare deux profils verticaux de vitesse longitudinale et de vitesse latérale. La Figure 2.1 présente un exemple de tels profils. Ils ont été mesurés sur le canal courbe de 270° étudié par Jin et Steffler [1993].



**Figure 2.1 Exemples de profils verticaux typiques mesurés dans un canal courbe de 270°, le long de la même verticale : (a) vitesse longitudinale ; (b) vitesse latérale**

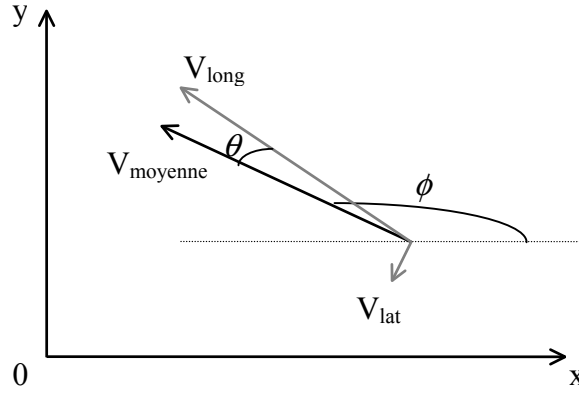
Les ordres de grandeur ou la modélisation des termes de dispersion seront donc différents dans les directions longitudinale et latérale. Le modèle utilisé étant développé en coordonnées cartésiennes pour une plus grande applicabilité, il faut transformer ces coefficients donnés dans le repère longitudinal-transverse, qui est local, au repère cartésien. On cherche donc à transformer le tenseur des termes de dispersion:

$$\mathfrak{S}_{long,lat} = \begin{bmatrix} \alpha_{longlong} & \alpha_{longlat} \\ \alpha_{longlat} & \alpha_{latlat} \end{bmatrix}$$

en le tenseur :

$$\mathfrak{S}_{xOy} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{xy} & \alpha_{yy} \end{bmatrix}$$

Les repères longitudinal-transverse et cartésien sont reliés par les relations qui existent entre les vitesses longitudinale et latérale et la vitesse moyenne mesurée ou simulée (dans le cas parfait ou la vitesse simulée est identique à la vitesse moyenne mesurée). La Figure 2.2 montre la relation qui existe entre ces deux repères. On a  $V_{moyenne}^2 = V_{long}^2 + V_{lat}^2$ . En pratique, les vitesses longitudinale et latérale ne peuvent être disponibles qu'avec une prise de mesures par ADV.



**Figure 2.2 Relation entre les repères longitudinal-transverse et cartésien**

Les angles sont définis par :  $\phi = (Ox, V_{moy})$  et  $\theta = (V_{long}, V_{moy})$ . L'angle de passage du repère cartésien au repère longitudinal-transverse est  $(\phi - \theta) = (Ox, V_{long})$ . La matrice de transformation du repère longitudinal-transverse au repère cartésien est donc :

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\phi - \theta) & \sin(\phi - \theta) \\ -\sin(\phi - \theta) & \cos(\phi - \theta) \end{pmatrix}$$

et on obtient pour le changement de repère des tenseurs :

$$\mathfrak{S}_{xOy} = R^T \cdot \mathfrak{S}_{long,lat} \cdot R,$$

ce qui donne après développement [Yulistiyanto 1998]:

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \alpha_{longlong} \cos^2(\phi - \theta) - 2\alpha_{longlat} \cos(\phi - \theta) \sin(\phi - \theta) + \alpha_{latlat} \sin^2(\phi - \theta) \\ \alpha_{yy} &= \alpha_{longlong} \sin^2(\phi - \theta) + 2\alpha_{longlat} \cos(\phi - \theta) \sin(\phi - \theta) + \alpha_{latlat} \cos^2(\phi - \theta) \\ \alpha_{xy} &= \alpha_{longlong} \cos(\phi - \theta) \sin(\phi - \theta) - \alpha_{latlat} \cos(\phi - \theta) \sin(\phi - \theta) \\ &\quad + \alpha_{longlat} (\cos^2(\phi - \theta) - \sin^2(\phi - \theta)) \end{aligned}$$

Ainsi, pour introduire les termes de dispersion dans le modèle, il suffit en théorie de connaître l'angle  $(\phi - \theta)$  ainsi que les valeurs de  $\alpha_{longlong}$ ,  $\alpha_{latlat}$ ,  $\alpha_{longlat}$  en chaque point du domaine de simulation.

Le seul indicateur de direction en chaque point est le vecteur de la vitesse moyenne locale. Un champ de vecteurs vitesse peut être calculé facilement, avec une précision suffisante pour l'obtention de l'angle  $\phi$ , par une simulation qui ne tient pas compte de la va-

riabilité du profil vertical. On obtient alors l'angle  $\phi$  en chaque point du domaine. Afin d'effectuer le changement de repère, il faut également connaître l'angle  $\theta$ . Dans le présent mémoire, il sera déterminé géométriquement ou à l'aide des valeurs des vitesses longitudinale et latérale issues des mesures ADV disponibles sur la rivière des Escoumins, selon différents cas. De plus, différentes méthodes utilisées afin de calculer les termes de dispersion  $\alpha_{longlong}$ ,  $\alpha_{latlat}$ ,  $\alpha_{longlat}$  seront présentées dans les sections suivantes, au fur et à mesure de leur introduction dans le modèle.

### **3. ÉTUDE DE LA SENSIBILITÉ DES PARAMÈTRES DU MODÈLE NUMÉRIQUE HYDROSIM**

---

Les mesures effectuées sur le terrain interviennent lors de la construction du modèle numérique de terrain (MNT) qui utilise la topographie, le substrat, les niveaux d'eau pour les conditions aux limites. Les mesures interviennent également lors de la comparaison avec les résultats obtenus par le modèle. Toutes les mesures ont été effectuées avec une grande précision. Les niveaux d'eau et la topographie ont été mesurés à la station totale. La densité des points de caractérisation du substrat et de mesure de la topographie est également élevée. Ainsi, si le maillage de simulation est assez fin, ce qui est le cas ici avec des mailles d'une taille moyenne de 50 cm, il n'y a pratiquement pas de perte d'information sur les données de terrain lors de la construction du MNT. C'est dans ce contexte, où les données de terrain sont de bonne qualité, que nous avons choisi de nous fier sur celles-ci. Il s'agit alors de retenir les mesures de vitesse comme référence, lors des comparaisons avec les résultats du modèle, et de considérer que le modèle calcule les caractéristiques de l'écoulement dans le même environnement que la rivière réelle. Ainsi, afin de vérifier les causes possibles de la mauvaise distribution des vitesses, la sensibilité du modèle de calcul numérique peut être étudiée en premier.

Le modèle de calcul numérique comprend plusieurs paramètres susceptibles d'influencer les résultats. Certains de ces paramètres font partie des caractéristiques du modèle, comme la formulation et la prise en compte de la ligne de rive, et ils ne peuvent pas être ajustés. D'autres sont utilisés comme coefficients de calibration : les viscosités et le coefficient de frottement. Afin de valider le modèle numérique et de vérifier la sensibilité des vitesses simulées par rapport aux valeurs des coefficients de calibration, ce sont tous ces paramètres qui vont être étudiés dans cette section.

Lors de cette analyse dite de sensibilité, les résultats obtenus pour chaque modification des paramètres sont comparés entre eux. Le **résultat de référence** correspond au meilleur résultat obtenu par expérimentation numérique sur les coefficients de calibration du modèle.

Les paramètres utilisées pour comparer les différents résultats sont :

- la différence entre les niveaux d'eau simulés et les niveaux mesurés,
- l'erreur moyenne sur les vitesses simulées en chaque point de mesure, calculée à

l'aide de la formule  $\frac{1}{43} \sqrt{\sum_{i=1}^{43} (V_{simulée,i} - V_{mesurée,i})^2}$  pour l'ensemble des points de

mesures des profils verticaux, exceptés ceux situés le long de la frontière amont du domaine;

- le coefficient de corrélation  $R^2$  entre les vitesses mesurées et les vitesses simulées,
- l'équation de la droite de régression entre les vitesses mesurées et les vitesses simulées qui doit se rapprocher de  $y=x$ .

Quelques résultats obtenus pour les différents paramètres testés sont donnés au Tableau 3.1.

### 3.1 Étude de la sensibilité des viscosités turbulente et numérique

Dans le modèle HYDROSIM, on retrouve trois formes différentes de viscosité :

- la viscosité moléculaire,
- la viscosité turbulente,
- la viscosité numérique.

La première étant une propriété de l'eau, elle est considérée constante sur tout le domaine. Son ordre de grandeur est très inférieur aux deux autres. Ce sont donc ces deux dernières qui sont utilisées comme paramètres de calibration. La viscosité turbulente représente le modèle de fermeture de turbulence utilisé, le paramètre de calibration correspond ici à la longueur de mélange  $l_m$  (voir section 2.1). La viscosité numérique est introduite pour stabiliser le schéma numérique dans les zones de forts gradients et pour éviter



les oscillations de la solution numérique, dues à la discrétisation du domaine. Elle est gouvernée à la fois par la taille des mailles et à l'aide de l'inverse du nombre de Peclet qui représente le paramètre de calibration de la viscosité numérique [Heniche *et al.* 2000 (2)]:

$$v_{num} = \left| \frac{q}{H} \right| \frac{\Delta^e}{Pe}$$

où  $\Delta^e$  représente la taille des mailles et  $Pe$  le nombre de Peclet qui définit la relation entre les propriétés des éléments, la vitesse du fluide et la turbulence.

Les termes de viscosité turbulente et numérique ne s'appliquent pas de la même façon sur le domaine : la viscosité turbulente dépend de l'écoulement alors que la viscosité numérique dépend en plus du maillage. Ainsi, plus le maillage est fin, plus la viscosité numérique nécessaire pour la convergence est faible. Afin d'obtenir les meilleurs résultats possibles en ne calibrant qu'un seul paramètre pour la viscosité numérique, le maillage a été raffiné au maximum. Les tests ont montré qu'à partir d'une taille moyenne des mailles de 50 cm et moins, la taille du maillage influençait très peu les résultats, la viscosité numérique étant principalement contrôlée par le nombre de Peclet.

### 3.1.1 Protocole expérimental

La calibration des viscosités a été effectuée par expérimentation numérique. Cela nous a permis de montrer que les viscosités doivent être comprises entre des valeurs bornées pour permettre la convergence de la méthode numérique. De plus, nous avons constaté que les viscosités turbulente et numérique sont interdépendantes. Par ailleurs, la calibration par la viscosité doit se faire en parallèle avec la calibration par le coefficient de frottement. En effet, la diminution de la viscosité entraîne une augmentation du débit qui doit être contrôlée par une hausse du frottement au fond à l'aide du coefficient  $n$  de Manning.

### 3.1.2 Résultats

Les résultats obtenus montrent que la viscosité modifie de façon importante les vitesses simulées. La diminution de la viscosité totale (numérique + turbulente) améliore la corrélation ainsi que la pente de la droite de régression entre les vitesses mesurées et simulées. Cela signifie que l'écoulement, moins visqueux, a tendance à mieux épouser la topographie. Ainsi, lorsque l'on augmente la viscosité, par une diminution du nombre de Peclet, l'erreur sur les vitesses a tendance à augmenter. Des résultats typiques sont présentés à la Figure 3.1, pour la valeur  $Pe=0,7$ . Les meilleurs résultats, ont été obtenus avec une viscosité numérique faible ( $Pe=1,0$ ), couplée à un coefficient de longueur de mélange  $l_m=0,01$ , qui sont les valeurs minimales pour obtenir la convergence. Ces valeurs représentent les valeurs de référence utilisées lorsque les autres paramètres ont été testés.

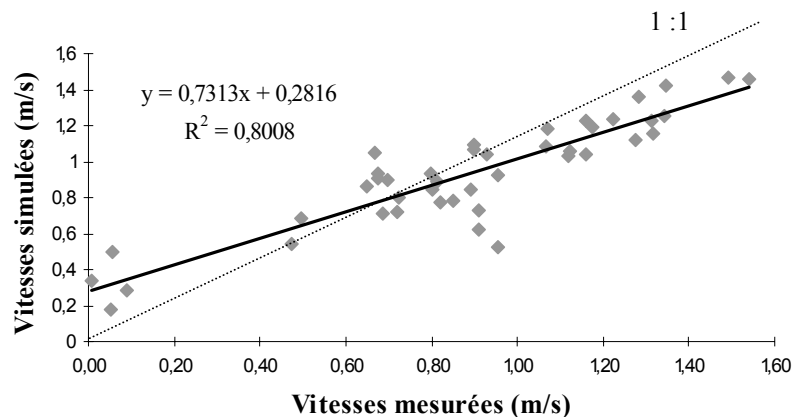


Figure 3.1 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées pour une hausse de la viscosité numérique ( $Pe=0,7$ )

### 3.2 Étude de la sensibilité du coefficient de frottement

Le coefficient de frottement  $n$  est calculé selon la formule Manning-Strickler avec une prise en compte des percentiles  $d_{15}$ ,  $d_{50}$  et  $d_{80}$ , caractérisés sur le terrain de différentes manières en de très nombreux points pour plus de précision. Cependant, la formule du coefficient de Manning ne tient pas compte du transport et des macro-rugosités du fond. Le coefficient de Manning  $n$  est principalement utilisé comme coefficient de calibration

pour le débit. Les niveaux d'eau sont quant à eux peu influencés par la modification du coefficient de Manning.

### 3.2.1 Protocole expérimental

Plusieurs simulations comportant les mêmes paramètres numériques ont été réalisées avec, pour chacune d'entre elles, un coefficient de frottement modifié. Chaque distribution de frottement ainsi testée a été calculée à partir du coefficient original  $n$ , augmenté d'un pourcentage fixe sur tout le domaine, puisque les vitesses simulées sont globalement légèrement supérieures aux vitesses mesurées. Ceci permet d'augmenter très légèrement les contrastes de frottement entre certaines zones. En effet, on constate que le frottement est très relié à la topographie et que l'écoulement semble n'être pas assez dépendant de celle-ci. Les valeurs qui ont été testées sont :  $n$ ,  $n+7\%$ ,  $n+9\%$ ,  $n+10\%$ ,  $n+12\%$ ,  $n+14\%$  et  $n+15\%$ ,  $n+19\%$ .

### 3.2.2 Résultats

Les résultats obtenus montrent que le frottement modifié de façon importante les vitesses simulées, mais pas de façon linéaire. Ce résultat est présenté à la Figure 3.2.

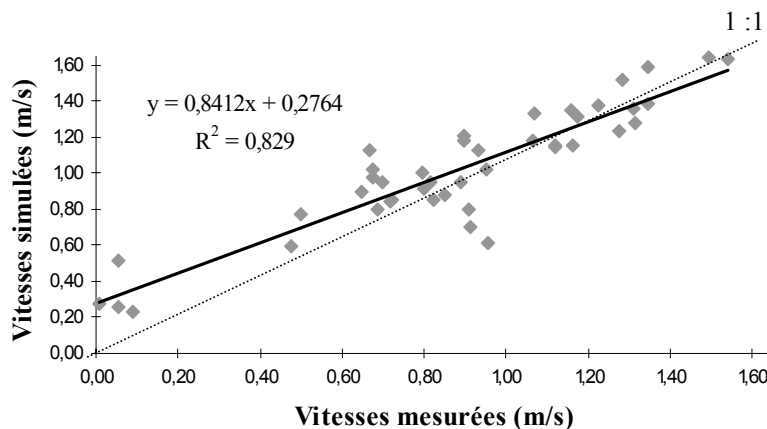


Figure 3.2 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées sans augmentation du coefficient de frottement de Manning

L'introduction du coefficient de Manning tel que calculé à l'aide des mesures de substrat sur le terrain, introduit une erreur importante sur les vitesses qui sont généralement trop

surestimées. Lorsque les paramètres de viscosité sont optimisés, il faut alors augmenter le frottement afin d'obtenir un débit égal au débit mesuré. En effet, on constate que l'erreur moyenne entre les vitesses mesurées et simulées atteint son minimum à la valeur  $n+12\%$ . En général, le frottement n'agit pas ou très peu sur la corrélation des vitesses mesurées et simulées, non plus que sur la pente de la droite de régression. Le frottement modifie surtout la hauteur de la droite, c'est-à-dire la valeur moyenne des vitesses simulées. Dans la suite, la valeur de référence utilisée pour les simulations sera  $n+12\%$ .

### 3.3 Vérification de la formulation : MEFLU vs. HYDROSIM

Dans le modèle HYDROSIM, les équations calculées sont sous la forme conservative, c'est-à-dire que les variables sont  $(q_x, q_y, h)$ . Il apparaît alors, dans la formulation des équations, des termes de la forme  $\frac{q_x q_x}{H}$ ,  $\frac{q_x q_y}{H}$  et  $\frac{q_y q_y}{H}$ , qui deviennent très sensibles à des variations en faible profondeur. Comme la tendance globale des résultats montre que les vitesses dans la zone de faible profondeur (barre) sont généralement surestimées, et que celles dans la zone de plus grande profondeur (mouille) sont quant à elles sous-estimées, il est apparu intéressant de calculer les mêmes équations sous forme non conservative. Dans ce cas, il n'y aura pas de division des termes de vitesses par la profondeur, puisque les variables calculées sont directement  $(u, v, h)$ .

Le logiciel utilisé à cette fin est MEFLU (*Modèle Élément Finis de calcul de FLUX*). C'est un modèle qui résout les équations de Saint-Venant présentées au chapitre 3, en considérant les mêmes hypothèses, mais les variables calculées sont  $(u, v, h)$ . Plus de détails sur le modèle sont présentés dans Leclerc *et al.* [1990(1)] et Leclerc *et al.* [1990(2)]. Accessoirement, l'utilisation de ce deuxième solveur permet aussi de comparer les méthodes d'approximation élémentaire : HYDROSIM utilise une approximation linéaire en niveau d'eau et linéaire par sous-élément en vitesses tandis que MEFLU utilise une approximation linéaire en niveau d'eau et quadratique en vitesses.

### 3.3.1 Protocole expérimental

Le domaine de simulation reste le même, mais, pour des considérations pratiques et techniques, le maillage de simulation utilisé est plus grossier (3026 éléments contre 9037 pour le maillage utilisé par HYDROSIM). La topographie et le frottement restent identiques, à la projection sur le maillage près.

Pour que le déraffinement du maillage ne fausse pas les résultats, les simulations sur ce nouveau maillage ont été refaites avec HYDROSIM. Les résultats des deux modèles sont donc comparés sur le même maillage. Nous avons constaté que même en diminuant le plus possible la viscosité numérique à travers l'augmentation du nombre de Peclet, l'écoulement est toujours plus visqueux que sur le maillage original.

Tout comme dans HYDROSIM, il y a dans le modèle MEFLU une viscosité numérique liée à la taille des éléments. Cependant, celle-ci ne peut pas être contrôlée manuellement. Les paramètres de calibration utilisés sont donc le frottement et une constante de viscosité globale. La constante de viscosité choisie est la valeur minimale permettant la convergence de la méthode numérique. Une fois la viscosité minimale atteinte, le frottement a dû être modifié de façon à obtenir le bon débit.

### 3.3.2 Résultats

La Figure 3.3 montre les résultats obtenus avec MEFLU.

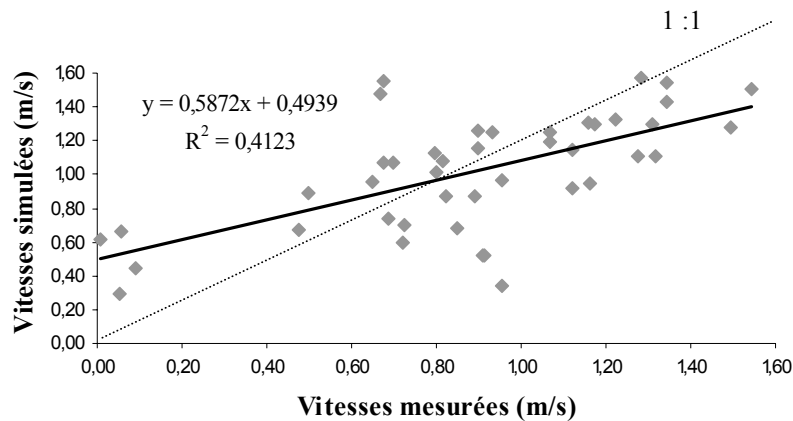


Figure 3.3 Comparaison des vitesses mesurées et simulées par MEFLU

On constate que les vitesses obtenues comportent beaucoup moins de variabilité que les vitesses mesurées et obtenues par HYDROSIM. L'écoulement semble très visqueux, même si les résultats ont été obtenus avec la viscosité minimale permettant la convergence. Il réagit très peu aux variations de la topographie, sauf au niveau du coude où le changement de direction s'effectue de façon très simplifiée.

Les niveaux d'eau sont très bien calibrés (de façon équivalente aux résultats donnés par HYDROSIM). Cependant, la comparaison des vitesses simulées avec les vitesses mesurées présente des différences importantes, surtout au niveau de la corrélation. L'allure de la distribution des vitesses simulées est semblable à celle obtenue par HYDROSIM avec cependant des vitesses plus uniformes. On peut donc affirmer que non seulement la formulation n'est pas en cause dans la surestimation des vitesses en faible profondeur, mais on peut également affirmer que les résultats obtenus par HYDROSIM réagissent mieux aux données de terrain comme la topographie et le frottement.

### 3.4 Vérification du couvrant-déouvrant

Dans le modèle utilisé, la ligne de découvrant des berges, qui délimite le domaine mouillé, est prise en compte à l'aide d'un élément dit « couvrant-déouvrant ». La ligne de rive est ainsi délimitée par une profondeur positive là où se trouve la partie de l'élément qui est couverte par l'écoulement, et par une profondeur négative là où se

trouve la partie de l'élément qui est découverte. Cette méthode de calcul permet de faire un suivi dynamique du découvrement de la berge avec une bonne précision et une implantation facile dans le modèle [Heniche *et al.* 2000 (2)]. Malgré tout, il peut arriver que des difficultés de convergence aient lieu autour de la ligne de rive. Dans ces cas-là, on constate des vitesses importantes et allant dans des directions aléatoires le long de la berge. Ce phénomène ne semble pas apparaître sur notre domaine de simulation. Cependant, comme les vitesses simulées sont plutôt surestimées en faible profondeur, donc dans des zones proches de la ligne de rive, nous avons vérifié l'hypothèse selon laquelle la prise en compte du couvrant-découvrant pourrait jouer un rôle sur la mauvaise calibration des vitesses.

### **3.4.1 Protocole expérimental**

Afin de vérifier la validité du couvrant-découvrant, un nouveau maillage de simulation a été utilisé. Celui-ci comporte les mêmes frontières ouvertes (entrée et sortie de l'écoulement) que le maillage original, ainsi que les mêmes paramètres de discrétisation (taille des mailles). Les frontières fermées (berges) ont été choisies à l'intérieur de la partie couverte, à une profondeur d'environ 10 cm, pour qu'il n'y ait pas de découvrement lors de la simulation. Le nouveau domaine couvert par ce maillage est représenté à la Figure 3.4.

Afin de garder une uniformité pour la comparaison des résultats, les paramètres de frottement ainsi que de viscosité choisis restent les mêmes que ceux utilisés lors de la simulation de référence, sur le domaine au complet.

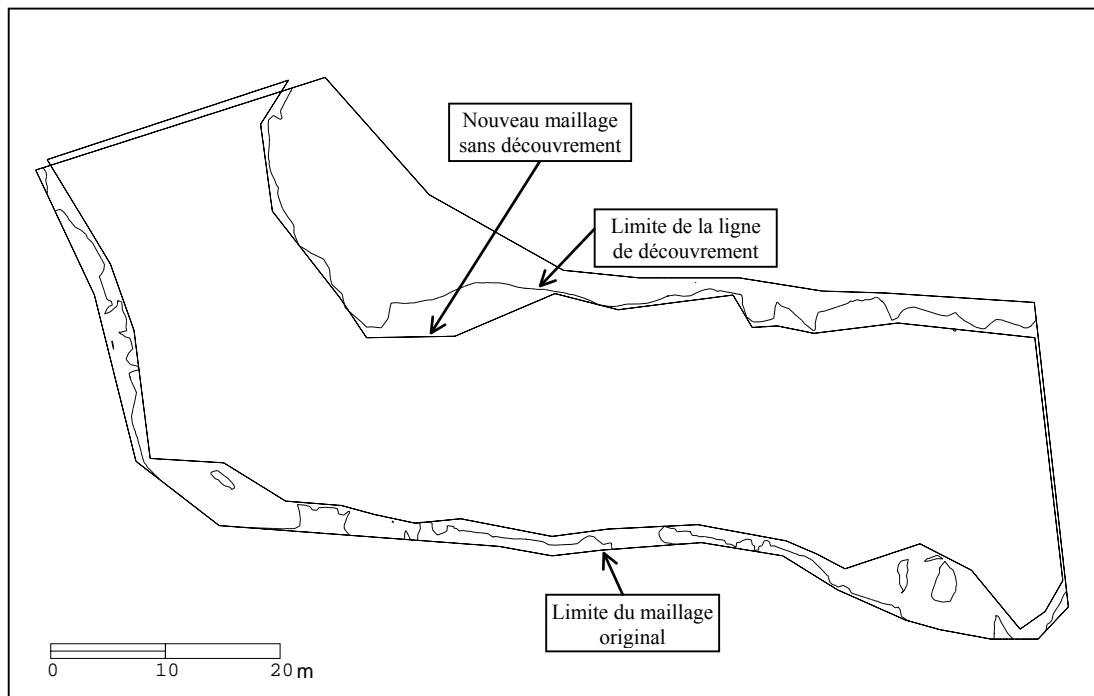


Figure 3.4 Limite du nouveau domaine de simulation sans découvrement

### 3.4.2 Résultats

Le débit obtenu lors de la simulation est  $11,05 \text{ m}^3/\text{s}$  ce qui est légèrement plus élevé que le débit de la simulation de référence, qui est de  $10,06 \text{ m}^3/\text{s}$ . Cependant, comme les frontières ouvertes sont identiques à celles du maillage original, mais que la section de l'écoulement est réduite puisque le maillage est plus étroit, il est normal que le débit obtenu soit plus élevé pour les mêmes paramètres de simulation utilisés. L'écoulement est en effet légèrement redirigé vers la mouille au lieu de passer par dessus la barre, puisque les frontières fermées du maillage jouent un rôle de parois verticales. La comparaison des vitesses mesurées et simulées est présentée à la Figure 3.5.



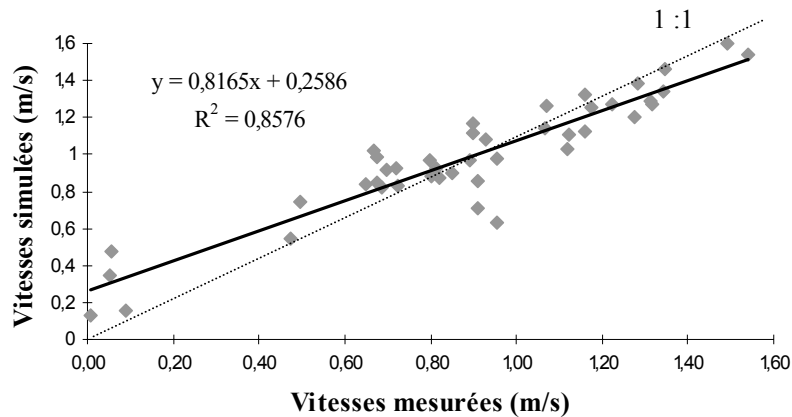


Figure 3.5 Comparaison des vitesses mesurées et simulées sur le maillage sans découvrement

L'erreur moyenne, est légèrement plus élevée que celle obtenue pour la simulation réalisée sur le maillage original, pour les mêmes paramètres numériques de simulation. On passe en effet de 0,0247 à 0,0260 m/s. Cependant, lorsque l'on compare spatialement les différences entre les vitesses mesurées et simulées, pour le maillage de référence et pour le maillage à l'intérieur du recouvrement, on constate que les zones surestimées et sous-estimées sont identiques. La seule différence est que les zones surestimées le sont légèrement plus alors que les zones sous estimées le sont légèrement moins puisque le débit est un peu plus élevé. La forme générale de l'écoulement reste donc inchangée, ce qui nous indique que la prise en compte du découvrement n'a pas vraiment d'influence sur la forme générale de l'écoulement et n'est donc pas à l'origine de la surestimation des vitesses simulées en faible profondeur.

### 3.5 Conclusion

Le Tableau 3.1 présente un bilan des résultats obtenus pour chaque élément testé. Les résultats sont comparés à la **simulation de référence** qui a été obtenue après calibration de tous les paramètres afin de minimiser l'erreur sur les vitesses simulées.

Tableau 3.1 Synthèse des paramètres vérifiés et des résultats obtenus

Essais effectués et paramètres de calibration utilisés	Erreur moyenne	Régression linéaire entre $V_{mes}$ et $V_{sim}$ :	$R^2$
<i>Simulation de référence:</i> meilleurs résultats par calibration $Pe=1,0$ ; $l_m=0,01$ ; $n+12\%$ ; $Q=10,06m^3/s$	0,0247	$y = 0,7991x + 0,2452$	0,8429
<i>Test viscosité:</i> diminution du nombre de Peclet $Pe=0,7$ ; $l_m=0,01$ ; $n+12\%$ ; $Q=9,87m^3/s$	0,0264	$y = 0,7313x + 0,2816$	0,8008
<i>Test frottement:</i> coefficient de Manning non modifié $Pe=1,0$ ; $l_m=0,01$ ; $n$ ; $h=2cm$ ; $Q=10,8m^3/s$	0,0312	$y = 0,8412x + 0,2764$	0,829
<i>Test formulation:</i> simulation avec MEFFLU Viscosité minimale ; $n$ ; $Q=9,87m^3/s$	0,0499	$y = 0,5872x + 0,4939$	0,4123
<i>Test couvrant-découvrant:</i> maillage sans découvrement $Pe=1,0$ ; $l_m=0,01$ ; $n+12\%$ ; $Q=11,05m^3/s$	0,0260	$y = 0,8165x + 0,2586$	0,8576

La Figure 3.6, présente la comparaison des vitesses mesurées et simulées pour la **simulation de référence**, c'est-à-dire pour la simulation réalisée avec les paramètres de calibration ayant donné les meilleurs résultats, soit  $l_m=0,01$ ,  $Pe=1,0$ ,  $n+12\%$ .

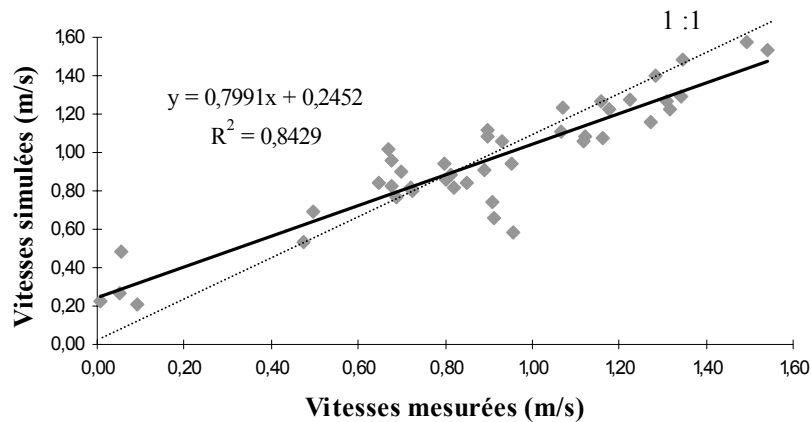


Figure 3.6 Comparaison des vitesses mesurées et simulées avec les paramètres de calibration de référence ( $I_m=0,01$ ,  $Pe=1,0$ ,  $n+12\%$ )

L'étude de la sensibilité des paramètres du modèle numérique a montré que :

- les choix de modélisation n'ont pas d'influence sur les résultats, comme la prise en compte de la ligne de rive, ou permettent une légère amélioration, comme la formulation utilisée ;
- les paramètres utilisés comme coefficients de calibration (viscosités et coefficient de frottement) ont beaucoup d'influence sur la solution. La difficulté de la calibration réside dans le fait que tous les paramètres sont interdépendants et que ce processus n'est pas linéaire. Une bonne calibration du modèle nous a permis d'améliorer grandement des résultats qui, *a priori*, semblaient très mauvais. Cependant, la problématique persiste toujours : les vitesses en faible profondeur demeurent généralement surestimées.



## 4. PRISE EN COMPTE DE LA VARIABILITÉ DU PROFIL DES VITESSES : UTILISATION DES PROFILS MESURÉS.

---

Après la validation et la calibration des paramètres numériques du modèle, la surestimation des vitesses les plus faibles persiste donc (voir Figure 3.6). Ces vitesses se situent principalement au-dessus de la barre et immédiatement en aval de celle-ci, à l'intérieur de la courbe. Il nous a donc fallu vérifier si l'hypothèse du profil vertical uniforme était restrictive. Pour cela, nous avons utilisé les équations du mouvement (13) et (14) qui ont été développées en considérant que le profil vertical des vitesses n'est pas constant.

Dans les faits, les profils verticaux mesurés disponibles ont été utilisés pour calculer les coefficients de dispersion : nous avons intégré le long de chaque profil, la différence entre la vitesse moyenne et la vitesse réelle. Les coefficients de dispersion ainsi trouvés ont été interpolés linéairement sur tout le domaine de simulation et introduits dans le modèle en tant que coefficients  $\alpha_{ij}$  ou  $\beta_{ij}$ , selon que l'on ait choisi de les introduire comme termes pondérateurs de la convection ou comme contrainte de dispersion dans le membre de droite des équations du mouvement (voir section 2.2). Ces essais ont été réalisés sur la section de la rivière des Escoumins étudiée ainsi que sur un canal courbe expérimental étudié par Jin et Steffler [1993].

### 4.1 Canal courbe expérimental

#### 4.1.1 Choix du canal et caractéristiques

Le canal décrit par Jin et Steffler [1993] est composé d'une courbe de  $270^\circ$ , à section rectangulaire avec un fond plat de 1,07 m de largeur et 0,2 m de hauteur ; la pente du lit est de 0,00083 dans la direction longitudinale et est nulle dans la direction transversale ; le

rayon de courbure au centre du canal est 3,66 m. La Figure 4.1 donne la description du canal courbe utilisé. Nous avons choisi d'utiliser ce canal pour réaliser les simulations pour trois raisons :

- sa géométrie est simple ce qui permet de bien comprendre l'influence des termes rajoutés dans le modèle ;
- les profils verticaux mesurés des vitesses longitudinales et latérales sont disponibles le long de quatre transects. Cela nous a permis d'introduire dans notre modèle la différence entre la vitesse moyenne sur la verticale et la vitesse réelle calculée explicitement ;
- les auteurs présentent sur ce canal un modèle bidimensionnel plus complexe que le modèle HYDROSIM qui prend en compte la variabilité verticale des vitesses. Nous pouvons ainsi comparer nos résultats avec les leurs.

Afin de comparer nos résultats avec ceux des auteurs, nous avons effectué la simulation ayant pour caractéristiques :

- une profondeur de 0,061 m dans la section rectangulaire à l'entrée du canal ;
- un débit moyen obtenu de 0,0240 m<sup>3</sup>/s ;
- les conditions aux limites suivantes : imposition du niveau de la surface libre en amont et du débit en aval.

Le maillage utilisé est un maillage triangulaire de type T6L régulier de 2023 éléments. Il comporte 6 éléments transversaux et les noeuds le long de la courbe sont répartis tous les degrés. Il a été raffiné jusqu'à ce que la taille des mailles n'influence plus les résultats à travers la viscosité numérique.

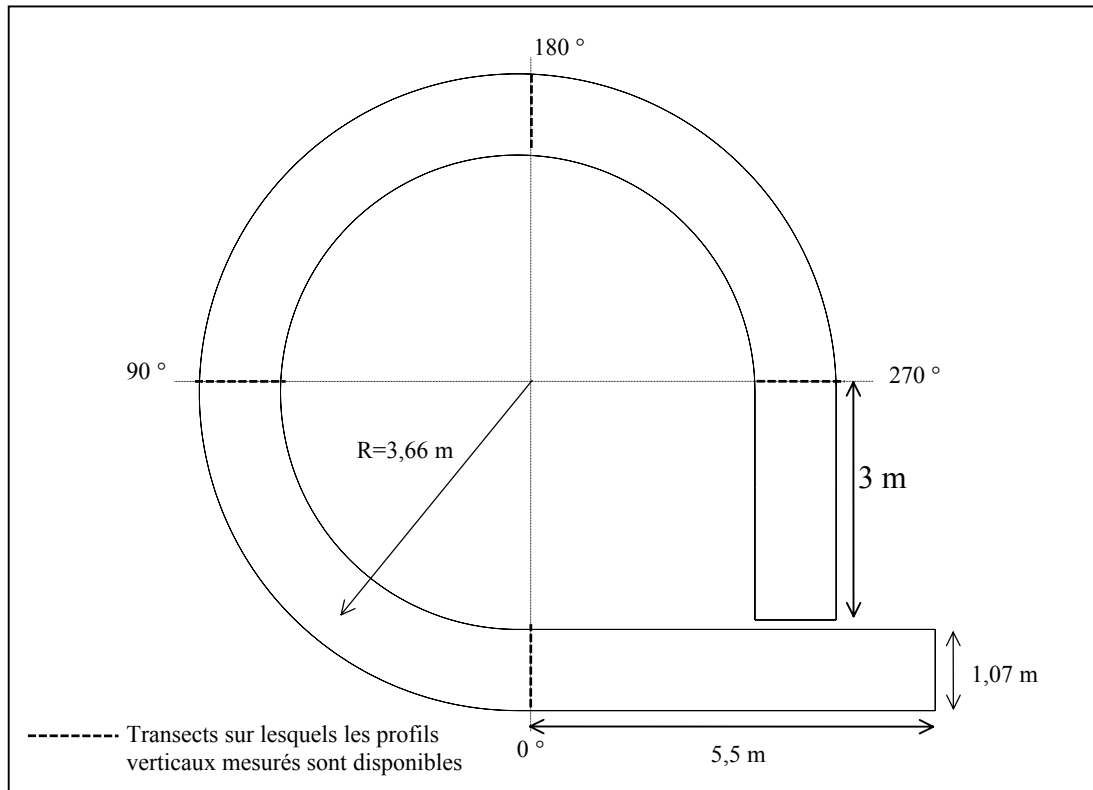


Figure 4.1 Description du canal courbe utilisé par Jin et Steffler

#### 4.1.2 Résultats obtenus par simulation avec HYDROSIM, sans l'introduction de la variabilité du profil des vitesses

Les vitesses obtenues par HYDROSIM en supposant que les profils verticaux sont constants, sont présentées aux figures suivantes. Ce résultat sera par la suite considéré comme le **résultat de référence**. La Figure 4.2 représente les vecteurs vitesses obtenus. Ce résultat est présenté sous cette forme pour permettre une comparaison plus facile avec les résultats obtenus par Jin et Steffler. La Figure 4.3 montre le module des vitesses obtenues. Les isolignes du module des vitesses permettent une meilleure analyse des résultats. Par la suite, les résultats obtenus sur le canal courbe ne seront présentés que sous cette forme.

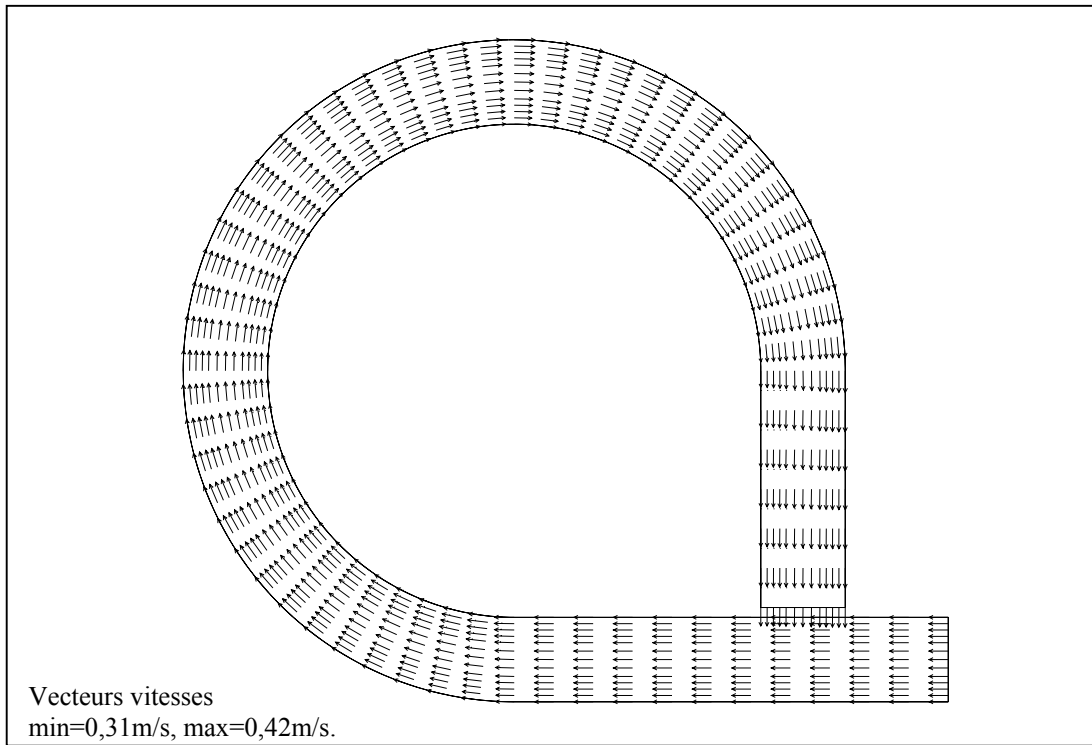
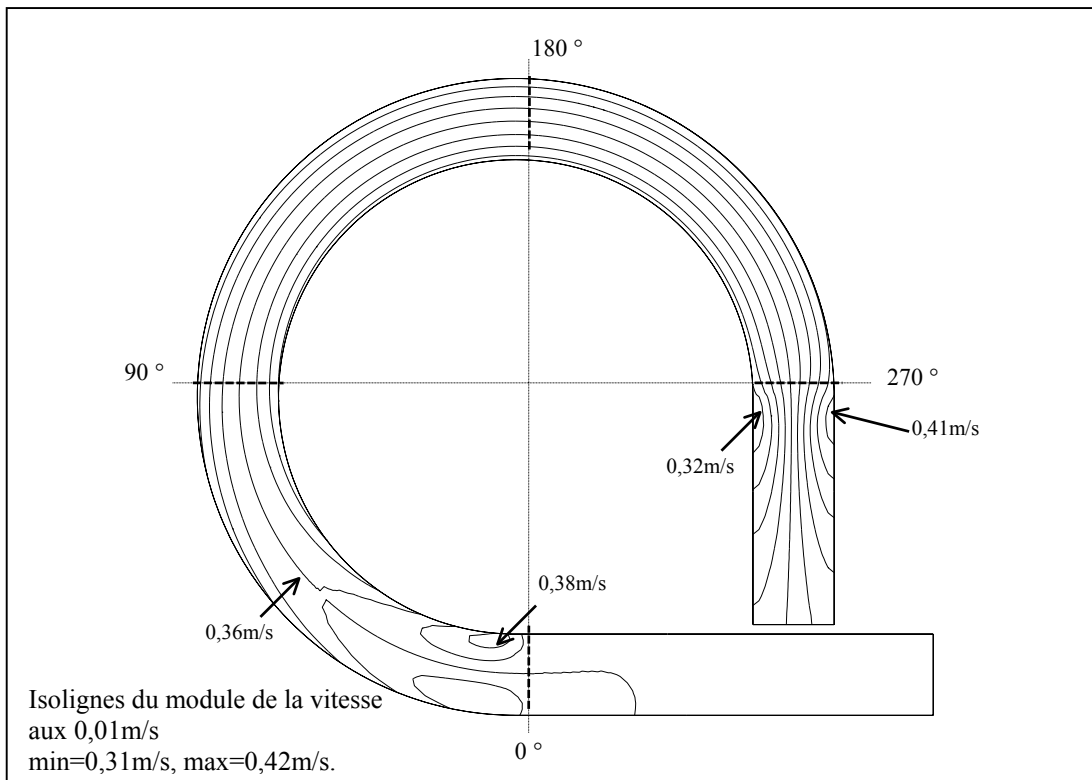


Figure 4.2 Allure du champ des vitesses simulées par HYDROSIM avec l'hypothèse d'un profil vertical constant





**Figure 4.3 Module des vitesses simulées par HYDROSIM sans introduction des termes de dispersion**

Les vitesses simulées ne présentent qu'une seule modification dans leur distribution. Elle se produit vers  $30^\circ$ , où les vitesses les plus fortes passent de l'intérieur de la courbe vers l'extérieur de celle-ci. À partir de  $60^\circ$ , la distribution des vitesses reste uniforme et ne présente qu'une accélération à la sortie de la courbe, vers l'extérieur de celle-ci. La répartition des vitesses ainsi obtenue ne correspond pas vraiment à la physique d'un tel écoulement. En effet, plusieurs auteurs ayant étudié l'écoulement dans des courbes régulières, décrivent une redistribution des vitesses maximales vers l'extérieur de la courbe [Rozovskii 1957 ; Ippen et Drinker 1962]

Les comparaisons des résultats avec les mesures sur les quatre transects  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  et  $270^\circ$  sont présentées à la Figure 4.6. L'échelle utilisée sur les vitesses présente un agrandissement de l'erreur commise. On constate que les résultats sont bons à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ , ce qui correspond à l'entrée de la courbe où il y a encore peu de variabilité sur les vitesses. Par contre, les vitesses simulées manquent d'amplitude à  $180^\circ$  et  $270^\circ$ . L'allure du champ des vitesses obtenu par Jin et Steffler est présenté à la Figure 4.4. Une comparaison qualitative de l'allure du champ des vitesses simulé par HYDROSIM avec les résultats des auteurs, nous montre que nos résultats manquent beaucoup de variabilité spatiale. De plus, ils semblent plutôt varier linéairement sur chaque section transversale, alors que la variation obtenue par les auteurs semble plutôt quadratique.

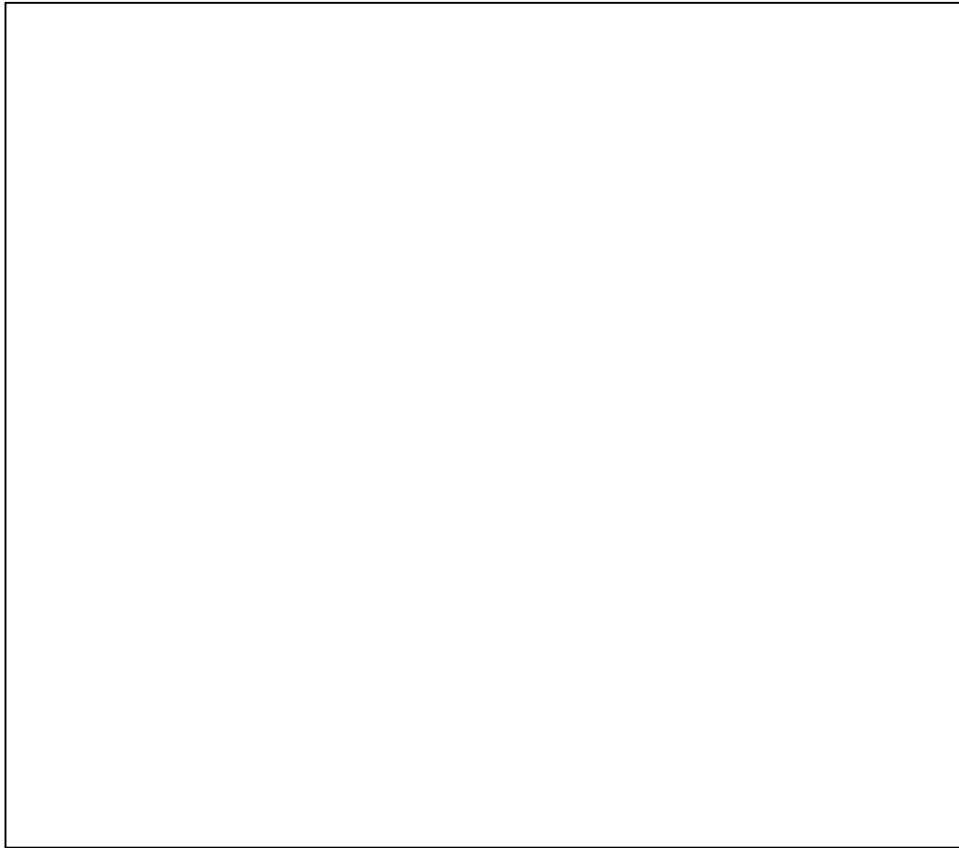


Figure 4.4 Allure du champ des vitesses obtenu par Jin et Steffler [1993]

### 4.1.3 Résultats obtenus avec l'introduction de la variabilité des profils verticaux mesurés

#### 4.1.3.1 Méthode de calcul des coefficients

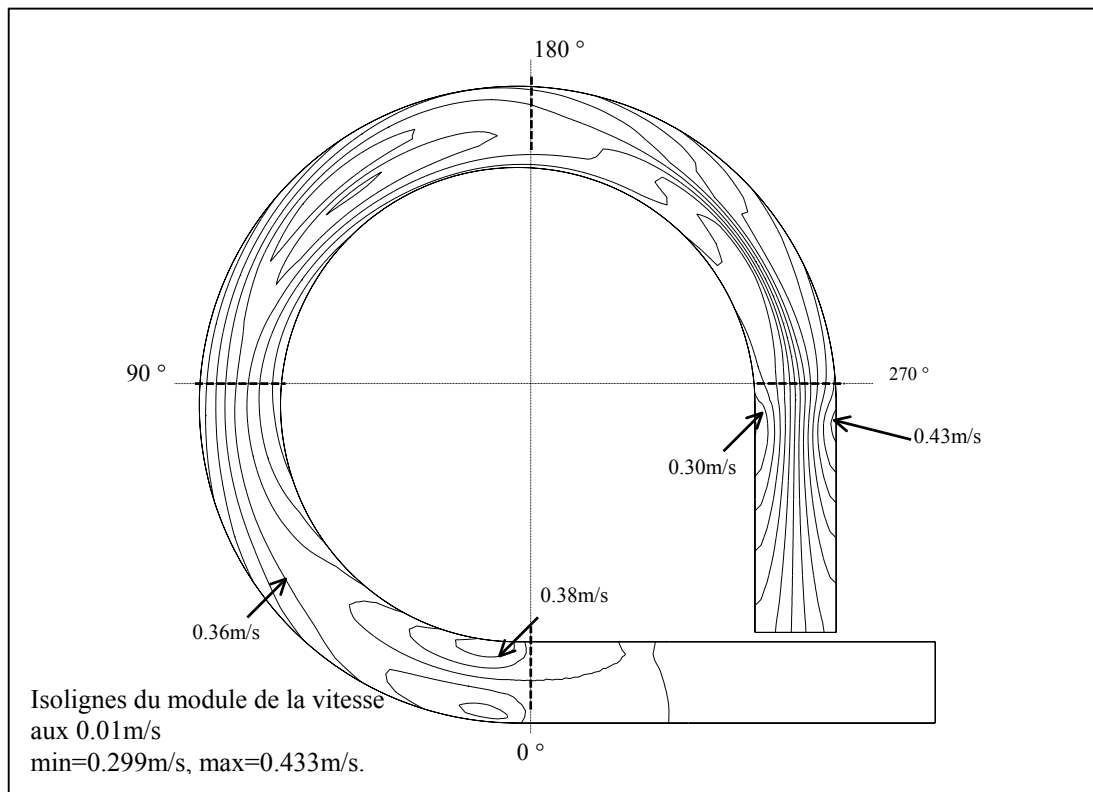
L'introduction des termes de dispersion dans le modèle se fait selon la méthode présentée à la section 2.2. Il suffit donc de connaître les coefficients  $\alpha_{ij}$  ou  $\beta_{ij}$  dans le repère longitudinal-transverse, ainsi que l'angle  $(\phi - \theta) = (Ox, V_{long})$ .

Si l'on souhaite introduire ces coefficients en coefficients multiplicatifs des termes de convection ( $\alpha_{ij}$ ), le calcul impose une division par le carré des vitesses moyennes. Celles-ci sont disponibles à partir des profils, mais les vitesses latérales moyennes mesurées sont souvent proches de zéro. Les coefficients multiplicatifs de la convection deviennent alors très importants et la convergence numérique est impossible, à moins de borner ces

coefficients à une valeur qui ne leur correspondrait plus. Les coefficients ont donc été introduits dans le modèle comme contraintes dispersives ( $\beta_{ij}$ ).

La différence entre la vitesse moyenne et la vitesse réelle le long de la verticale a été calculée sur les quatre transects  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  et  $270^\circ$ , en cinq points par transect, où les profils verticaux des vitesses longitudinales et latérales sont disponibles. L'interpolation sur le domaine au complet a été effectuée de façon linéaire dans les directions longitudinales et transversales. On obtient alors les coefficients  $\beta_{ij}$  en tout point du domaine. Les profils verticaux mesurés et les contraintes de dispersion calculées sont donnés à l'Annexe B. Comme le canal est régulier, on pose l'hypothèse que les vitesses longitudinales sont tangentes aux parois et les vitesses latérales sont normales à celles-ci. L'angle  $(\Phi - \theta)$ , nécessaire pour la transformation dans le repère cartésien, est donc géométriquement déterminé tout le long du canal.

### 4.1.3.2 Résultats



**Figure 4.5 Module des vitesses simulées par HYDROSIM après introduction des termes de dispersion issus des profils verticaux mesurés**

Les résultats sont significativement différents de ceux obtenus sans l'introduction de la variabilité des profils verticaux. La Figure 4.5 présente le module de la vitesse obtenu. Les vitesses simulées sont en moyenne plus élevées que les vitesses mesurées mais l'amplitude des vitesses simulées est légèrement plus faible que celle des vitesses mesurées, soit une variation de 0,299 m/s à 0,433 m/s contre 0,26 m/s à 0,417 m/s pour les vitesses mesurées ; l'amplitude des vitesses pour la simulation de référence est comprise entre 0,312 m/s et 0,415 m/s, soit beaucoup plus faible. Le maximum est toujours atteint à la sortie de la courbe, comme il a été obtenu pour les vitesses mesurées. L'écoulement simulé comporte trois zones de configurations différentes dans la distribution des vitesses. De l'entrée de la courbe à 80°, l'écoulement simulé est identique à l'écoulement de référence. Entre 110° et 160°, l'écoulement, dont l'amplitude est plus importante, comporte deux maximum et deux minimum locaux sur chaque transect transversal. Ce phé-

nomène semble indiquer une légère tendance à un échange de convection de l'extérieur vers l'intérieur de la courbe. Par la suite, l'écoulement présente une redistribution graduelle des vitesses maximales à l'extérieur de la courbe et minimales à l'intérieur. L'amplitude des vitesses est beaucoup plus importante qu'avant l'introduction des contraintes de dispersion.

#### 4.1.3.3 Comparaison des vitesses simulées par HYDROSIM avec les mesures et les résultats mesurés de Jin et Steffler

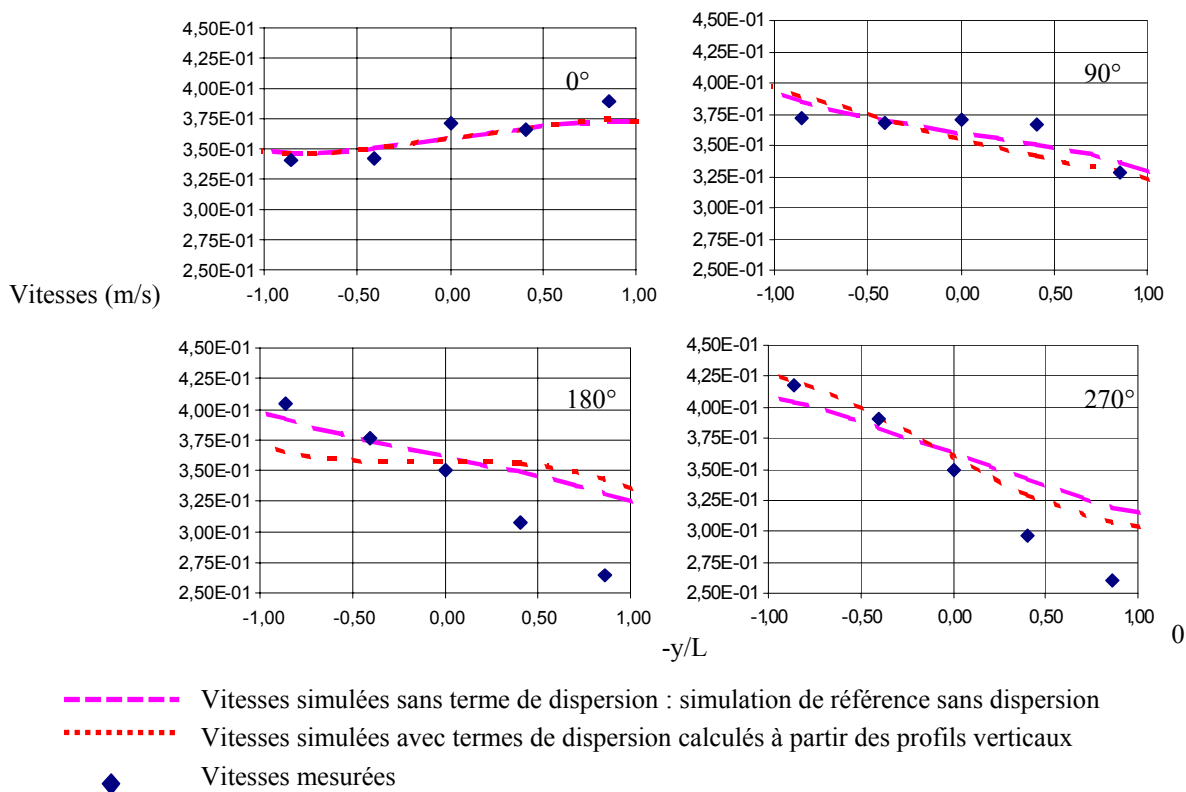


Figure 4.6 Comparaison des vitesses mesurées et simulées le long des quatre transects

Sur les deux premiers transects, situés à 0° et 90°, les vitesses simulées après l'introduction des termes de dispersion issus des profils mesurés, sont très semblables aux vitesses mesurées. Sur le transect situé à 180°, la vitesse simulée est quasiment constante à cause de l'amorce d'inversion transversale du maximum des vitesses qui a eu lieu avant ce transect, autour de 150° et qui n'est pas complètement rétablie. L'allure des vitesses mesurées à 180° tend à être approchée aux alentours de 210°, mais l'amplitude des vitesses simu-

lées reste toujours plus faible que les mesures et la différence avec les valeurs obtenues à  $210^\circ$  reste trop faible pour être présentée en graphique. Il y a donc un léger décalage spatial vers l'aval. Les résultats obtenus sur le transect situé à  $270^\circ$  sont meilleurs que ceux donnés par la simulation de référence sans dispersion, mais les vitesses manquent encore trop d'amplitude. Encore une fois la valeur des vitesses mesurées à  $270^\circ$  se retrouve légèrement plus approchée en aval de  $270^\circ$ , peu après la sortie de la courbe. L'amplitude reste cependant beaucoup plus faible que celle des vitesses mesurées et on ne peut pas affirmer que la différence avec les vitesses mesurées provient seulement d'un décalage vers l'aval des résultats.

La comparaison qualitative de l'allure du champ des vitesses simulé par HYDROSIM avec celle obtenue par les auteurs, présentée à la Figure 4.4, montre que nos résultats sont très semblables aux leurs. Leur champ des vitesses comporte également plusieurs zones d'inversion des maxima passant de l'intérieur de la courbe à l'extérieur de celle-ci et vice-versa. Elles semblent être situées aux mêmes endroits que nos résultats. Ceci est vrai en particulier pour la zone située entre  $90^\circ$  et  $160^\circ$  où l'on retrouve deux maxima locaux par transect. Dans la forme générale de l'écoulement, les vitesses simulées avec le terme de dispersion présentent bien la redistribution des vitesses maximales vers l'extérieur de la courbe, décrite dans la littérature. Elle est située après  $180^\circ$ , comme obtenu par Jin et Steffler. La comparaison reste qualitative puisqu'aucune mesure de profil n'est disponible dans cette zone. Les auteurs semblent également obtenir leur maximum d'amplitude à l'aval du transect à  $270^\circ$ , c'est-à-dire qu'ils obtiennent également un décalage de leurs résultats vers l'aval par rapport aux mesures, au moins à la sortie de la courbe.

#### **4.1.3.4 Discussion**

Les résultats obtenus montrent que l'introduction de la variabilité du profil vertical des vitesses dans le modèle a une influence positive sur la répartition des vitesses. L'amplitude entre la vitesse minimale et la vitesse maximale correspond globalement à l'amplitude donnée par les mesures, ou est légèrement plus faible. La comparaison avec les mesures sur les deux transects à  $180^\circ$  et  $270^\circ$  montre qu'il y a un décalage spatial lon-

gitudinal des vitesses simulées sur les vitesses mesurées. La variabilité transversale des résultats de la simulation correspondant aux mesures se retrouvent environ  $30^\circ$  en aval. Les contraintes de dispersion introduisent un effet de retardement qui semble également être présent dans les résultats des auteurs, après la sortie de la courbe. Les résultats obtenus sur le canal courbe et comparés aux mesures présentent une amplitude toujours trop faible, surtout à  $180^\circ$  et  $270^\circ$ , même si l'on tient compte du décalage vers l'aval des vitesses simulées. Cependant les mesures n'étant disponibles que sur quatre transects, nous ne pouvons pas comparer les résultats avec les mesures entre les transects. Ainsi, l'inversion locale des maximum simulée entre  $110^\circ$  et  $160^\circ$  passe inaperçue dans les vitesses mesurées si elle est présente. Malgré tout, les résultats obtenus sont dans la même gamme d'erreur que les auteurs, soit généralement très inférieure à 10%, sauf sur le transect à  $180^\circ$  où l'on atteint ponctuellement 19%.

La hausse de l'amplitude des vitesses et la plus grande variabilité dans leur distribution montrent que l'introduction de la variabilité du profil vertical dans le modèle modélise des transferts de convection qui n'apparaissaient pas auparavant.

#### **4.1.3.5 Conclusion**

Les termes de dispersion, représentant la variabilité de profil vertical, ont été calculés explicitement à partir des profils verticaux mesurés. Leurs introduction dans le modèle s'est faite dans chaque direction de façon anisotrope puisque les profils longitudinaux et latéraux étaient disponibles. Leurs valeurs n'étaient connues qu'en quatre transects et ont dû être interpolées linéairement dans les directions longitudinales et latérales sur le reste du domaine. Le modèle a réagi favorablement à l'introduction de ces termes.

Cependant, les résultats obtenus sur le canal courbe et comparés aux mesures présentent toujours une amplitude trop faible, surtout à  $180^\circ$  et  $270^\circ$ , mais l'erreur est du même ordre que celle obtenue par Jin et Steffler. De plus, l'écoulement comporte une plus grande variabilité spatiale après l'introduction des termes de dispersion et se rapproche qualitativement des résultats des auteurs. L'écoulement simulé présente bien la redistribution des vitesses maximales vers l'extérieur de la courbe, à laquelle on doit

vitesses maximales vers l'extérieur de la courbe, à laquelle on doit s'attendre. Cela nous laisse penser que l'introduction des contraintes de dispersion a permis de modéliser des échanges spatiaux de la convection. Du point de vue de la variabilité, les résultats montrent donc une amélioration par rapport aux résultats de référence qui utilisent l'hypothèse d'un profil vertical constant.

#### 4.1.4 Étude de l'anisotropie du poids sur la convection

##### 4.1.4.1 Protocole expérimental

Afin de comprendre l'influence de la pondération de chaque terme de convection sur l'écoulement, nous avons étudié l'anisotropie des coefficients de dispersion longitudinaux, latéraux et croisés sous la forme ( $\alpha_{longlong}$ ,  $\alpha_{latlat}$  et  $\alpha_{longlat}$ ). Pour cela, ces coefficients multiplicatifs de la convection ( $1+\alpha_{ij}$ ) ont été choisis égaux à des constantes et introduits séparément, puis simultanément, pour différentes valeurs allant de 0,1 à 1,0. Ces valeurs ont été choisies de façon à ce que leur effet sur l'écoulement soit très visible. Les essais ont été réalisés sur le canal courbe pour une meilleure interprétation des résultats.

##### 4.1.4.2 Résultats

Lorsque l'on introduit un coefficient constant dans une seule direction (longitudinale, latérale ou croisée), son effet sur l'écoulement est directement proportionnel à sa valeur. Pour une valeur constante donnée, on constate que la forme de l'écoulement obtenu diffère beaucoup selon la direction du coefficient introduit :

- lorsque le seul coefficient introduit est celui provenant des profils longitudinaux, l'écoulement semble rester rectiligne jusqu'à ce qu'il soit bloqué par la paroi. Il se met alors à tourner d'un coup pour reprendre une trajectoire quasi rectiligne ;
- lorsque c'est le coefficient provenant des profils latéraux qui est introduit seul, l'écoulement semble tourner rapidement, avec un rayon de courbure inférieur à celui du canal ;



- lorsque seul le coefficient provenant des profils croisés est introduit, l'écoulement est très modifié, mais de façon non hydrauliquement explicable. En effet, ce coefficient doit être dépendant de la direction de l'écoulement transversal, ce qui n'est plus le cas lorsqu'on lui donne une valeur constante, de signe fixé. L'influence de ce terme sera donc par la suite fixée à zéro.

Nous avons également constaté que, lorsque les coefficients longitudinaux et latéraux sont introduits simultanément, avec une valeur identique pour les deux, leur effet conjugué sur l'écoulement est très faible.

#### 4.1.4.3 Conclusions

Ces essais montrent bien que la direction de l'écoulement est très sensible à l'orientation des coefficients pondérateurs de la convection, ou autrement dit, que l'orientation des coefficients peut modifier la direction de l'écoulement. L'anisotropie des coefficients multiplicateurs de la convection est donc très importante et il faudra en tenir compte lorsque l'on voudra les modéliser. Cependant, le choix sera fait de négliger le terme croisé  $\alpha_{longlat}$  qui ne peut pas être modélisé de façon correcte sans connaître la direction des vitesses latérales le long de leur profil vertical, ce dont nous cherchons à nous départir.

De plus, on constate que les coefficients longitudinaux et latéraux sont plutôt difficiles à calibrer, et ce, même s'ils agissent sur l'écoulement proportionnellement à leur valeur, puisqu'ils ont un effet de compensation l'un sur l'autre.

## 4.2 Rivière des Escoumins

### 4.2.1 Résultats obtenus par simulation avec HYDROSIM, sans l'introduction de la variabilité du profil des vitesses

Ce sont les résultats obtenus par HYDROSIM après calibration des paramètres du modèle numérique. Ils sont l'objet de la problématique et sont présentés sur la Figure 3.6. Ce sont les résultats de la **simulation de référence**.

## 4.2.2 Analyse de sensibilité des termes de convection

Comme l'écoulement en rivière est plus complexe que l'écoulement dans le canal courbe, nous avons étudié l'influence des termes de convection sur la rivière des Escoumins avant d'introduire les termes de dispersion issus des profils verticaux mesurés. Pour cela, nous avons effectué une analyse de la sensibilité des termes d'accélération convective en les pondérant par une constante, soit  $(1 + \alpha_{ij})$  avec  $\alpha_{ij} = \text{constante}$ , jouant le rôle d'un terme de dispersion, comme présenté dans la revue de littérature à la section 1.3.2.

### 4.2.2.1 Méthode de calcul des coefficients et introduction dans le modèle

L'introduction des coefficients de dispersion dans le modèle se fait selon la méthode présentée dans la section 2.2. Il est nécessaire de connaître les coefficients  $\alpha_{ij}$  dans le repère longitudinal-transverse, ainsi que l'angle  $(\phi - \theta) = (Ox, V_{long})$ . Les coefficients pondérateurs choisis sont :

$$\begin{cases} 0,05 < \alpha_{longlong} < 0,3 \\ 0,05 < \alpha_{latlat} < 0,3 \\ \alpha_{longlat} = 0 \end{cases} .$$

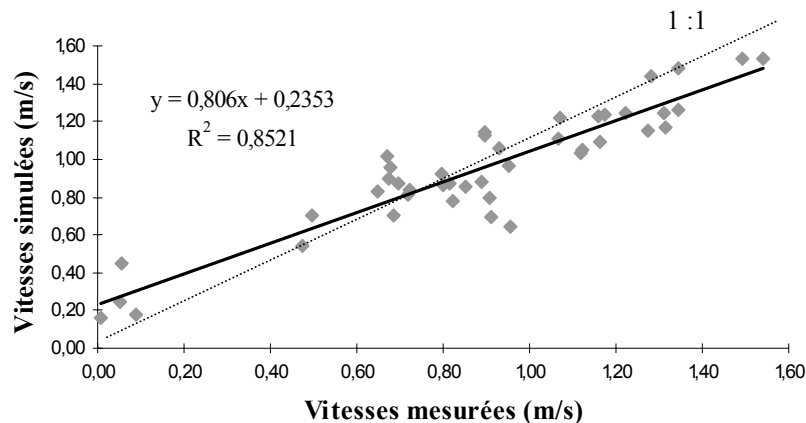
À l'intérieur de cet intervalle de valeurs, les résultats varient peu. Les valeurs testées sont globalement plus élevées que celles données dans la littérature [Robert 1983; Bogle 1997; Fischer 1979; Fread et Lewis 1998] mais l'objectif était de voir l'influence de ces termes et non de les représenter de façon réaliste. De plus, les termes de dispersion calculés à partir des profils verticaux mesurés atteignent un maximum de 0,79 (voir section 4.2.3).

Aucun coefficient correspondant au terme de convection croisé ( $\alpha_{longlat}$ ) n'est introduit. Ce terme peut en effet être positif ou négatif, selon la forme du profil transversal. Non seulement il n'est pas plus justifiable de lui donner une valeur constante qu'une valeur nulle, mais nous préférons qu'il n'ait pas d'influence sur l'écoulement plutôt qu'une influence aléatoire ou incontrôlée. Elle peut en effet être importante, comme il a été montré sur le canal courbe dans la section 4.1.4.2.

Le passage du repère longitudinal-transverse local au repère cartésien est un peu plus difficile que dans le cas du canal courbe puisqu'il nous faut déterminer les angles  $\phi = (Ox, V_{sim})$  et  $\theta = (V_{long}, V_{sim})$ . Lors d'une première simulation sans coefficient de convection, on obtient le champ de vecteur des vitesses simulées. Ces vecteurs nous permettent de calculer l'angle  $\Phi$  avec une précision assez grande, en supposant que les vitesses simulées sont assez proches des vitesses moyennes mesurées. On considère que la variation de l'angle  $\Phi$ , après l'introduction des coefficients de convection, sera faible par rapport aux autres incertitudes beaucoup plus importantes, introduites par l'approximation de l'angle  $\theta$ . En effet, seules les mesures ADV disponibles peuvent nous indiquer la direction de l'écoulement longitudinal nécessaire pour calculer l'angle  $\theta$ . Sur la rivière des Escoumins, ces mesures ont été effectuées au premier tiers de la profondeur en 37 points répartis sur le domaine. Néanmoins, elles sont suffisantes pour nous permettre de distinguer six zones homogènes distinctes pour les valeurs de l'angle  $\theta$ . Les zones trouvées correspondent très bien aux variations de la topographie et seront donc considérées comme valides.

Les résultats présentés à la Figure 4.7 sont ceux obtenus avec  $\alpha_{longlong} = 0,1$  et  $\alpha_{latlat} = 0,1$ , qui sont les coefficients ayant donné les meilleurs résultats, bien qu'il y ait très peu de différence entre chaque résultat obtenu.

#### 4.2.2.2 Résultats



**Figure 4.7 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées avec un coefficient de dispersion constant:  $\alpha_{\text{long}}=\alpha_{\text{lat}}=0,1$**

La simulation effectuée avec les mêmes paramètres de calibration que la simulation de référence ( $n+12\%$ ,  $Pe=1,0$ ,  $l_m=0,01$ ), présente une amélioration dans la représentation des vitesses : l'erreur moyenne passe de 0,0247 à 0,0238 m/s. Cette amélioration est faible mais elle se situe essentiellement dans les vitesses en faible profondeur qui sont alors un peu moins surestimées. La forme de l'écoulement est très peu modifiée mais on peut distinguer que l'écoulement passe plus au-dessus de la barre dès qu'il la rencontre, et se dirige plus facilement vers l'extérieur de la courbe et le talweg par la suite. Ce phénomène s'accroît très légèrement lorsque l'on passe de 0,1 à 0,3 pour valeur des termes dispersifs longitudinaux et latéraux.

#### **4.2.2.3 Conclusion sur l'introduction des coefficients constants**

L'introduction de constantes isotropes dans les directions longitudinale et latérale a amélioré très légèrement l'écoulement. Cependant, l'écoulement n'est pas contrôlé correctement puisque l'amélioration sur la barre au niveau de la courbe, s'accompagne également d'une augmentation de la surestimation des vitesses au début de la barre : l'écoulement ne suit toujours pas suffisamment le talweg.

Ces essais nous laissent penser que l'introduction d'un coefficient de dispersion pondérant les termes de convection a le potentiel d'améliorer la représentation des vitesses, mais que le choix d'une constante s'avère trop peu efficace. Probablement qu'une valeur constante ne peut pas être représentative sur tout le domaine, comme le montre la grande disparité spatiale dans la forme des profils mesurés dont un aperçu est présenté sur la Figure 4.9.

### 4.2.3 Résultats obtenus avec l'introduction de la variabilité profil vertical calculée à partir des mesures

#### 4.2.3.1 Calcul des coefficients et introduction dans le modèle

La méthode utilisée pour l'introduction dans le modèle des coefficients de dispersion issus des profils verticaux mesurés est la même que celle utilisée pour l'introduction des coefficients constants, présentées à la section 4.2.2.1. Seules les valeurs de ces coefficients dans le repère longitudinal-transverse changent. Les coefficients dispersifs, multiplicateurs de la convection ( $1 + \alpha_{ij}$ ), sont calculés explicitement à partir des 47 profils verticaux disponibles. Les profils verticaux mesurés et les termes dispersifs calculés sont donnés à l'Annexe C. Rappelons que les profils mesurés sur le domaine sont les profils verticaux des vitesses horizontales moyennes, mesurés avec un nombre important de points sur la verticale (entre 4 et 10 selon la profondeur). Comme il s'agit de valeurs des vitesses horizontales moyennes, les profils disponibles ne tiennent pas compte de la différence qui existe normalement entre les profils longitudinaux et latéraux. Les coefficients  $\alpha_{ij}$  obtenus à partir de ces profils de vitesses horizontales moyennes ne peuvent donc pas être anisotropes. Les coefficients directement calculés à partir des profils verticaux ( $\alpha_{profil}$ ), sont introduits comme coefficients multiplicatifs des convections longitudinale et latérale, de façon isotrope, sous la forme  $(1 + \alpha_{ij})$ . Ils permettent ainsi de résoudre les équations (13) et (14) avec :

$$\begin{cases} \alpha_{longlong} = \alpha_{profil} \\ \alpha_{latlat} = \alpha_{profil} \\ \alpha_{longlat} = 0 \end{cases}$$

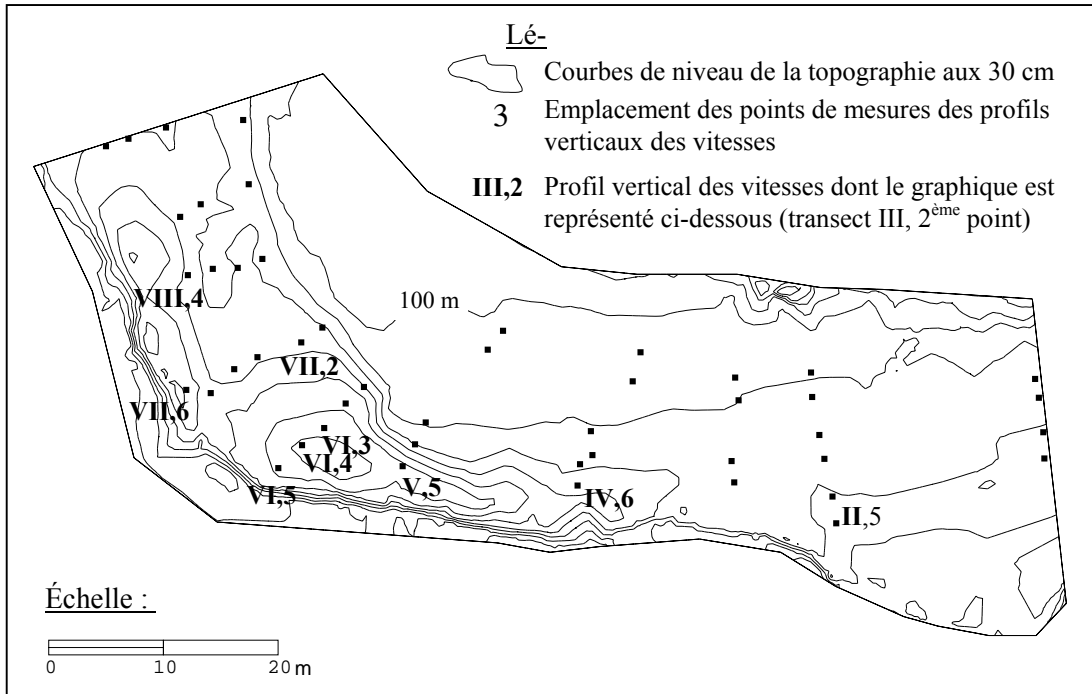


Figure 4.8 Emplacement des points de mesures des profils de vitesses

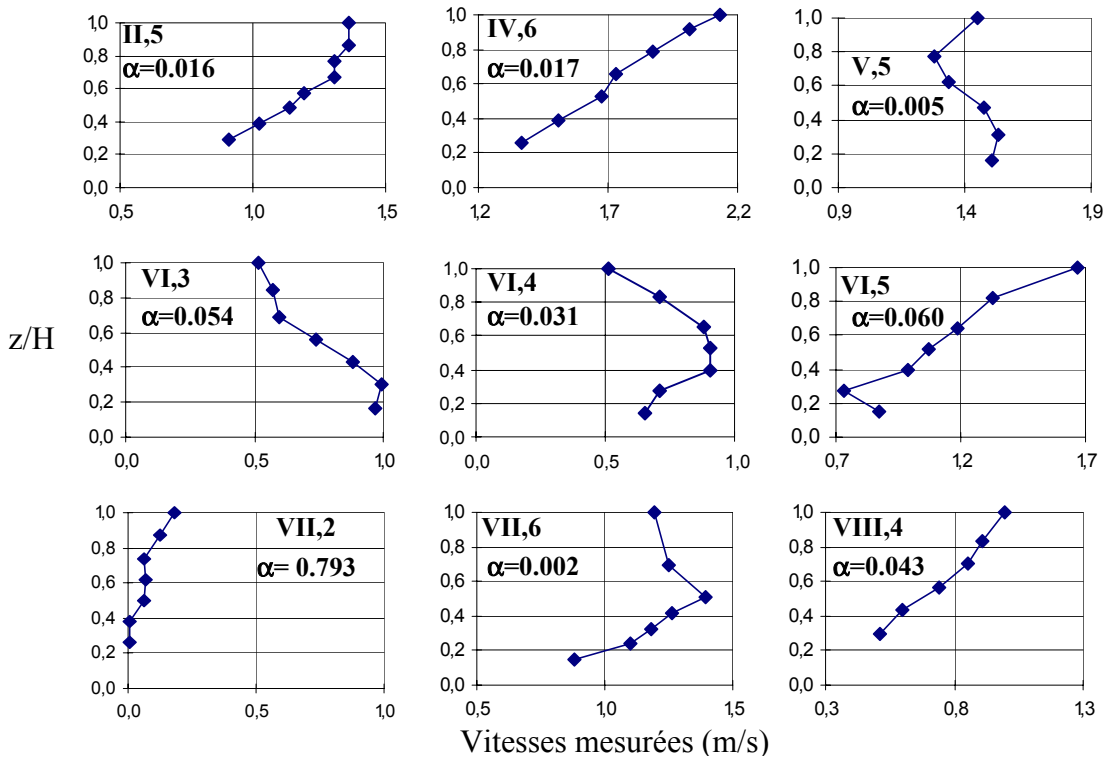


Figure 4.9 Quelques profils verticaux représentatifs du domaine avec le coefficient de dispersion correspondant

Les Figure 4.7 et Figure 4.9 présentent l'emplacement de quelques profils ainsi que les coefficients de dispersion correspondants.

Pour le calcul des coefficients de dispersion, la vitesse moyenne verticale, a été calculée par la méthode des trapèzes, en considérant les profils verticaux mesurés. Les vitesses ont été considérées nulle au fond, à  $H=0$  et la vitesse en surface, qui n'a pas pu être mesurée, a été choisie égale à la vitesse mesurée à la plus haute profondeur.

Les valeurs des coefficients de dispersion ainsi calculées, se trouvent être comprises entre 0 et 0,79. La plus forte valeur est située le profil VII,2 sur directement à l'aval de la barre, à l'intérieur de la courbe, où la variation du profil est grande par rapport aux vitesses moyennes qui sont très faibles (inférieures à 10 cm/s). De plus, les mesures ADV montrent que cette zone comporte d'importants courants secondaires car la barre joue un rôle d'obstacle naturel. Ceci est corroboré avec le profil VII,6 qui donne une faible valeur de coefficient de dispersion, principalement à cause de sa forte vitesse moyenne.

#### 4.2.3.2 Résultats

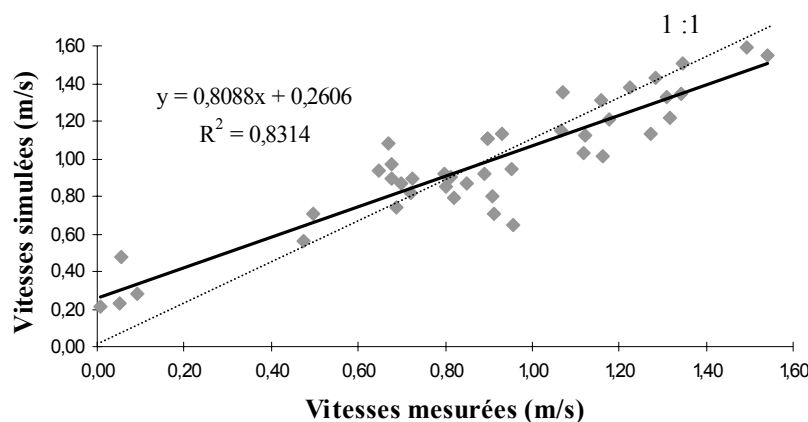


Figure 4.10 Comparaison entre les vitesses mesurées et simulées avec introduction des coefficients de dispersion  $\alpha_{ij}$  calculés à partir des profils mesurés

Les résultats obtenus sont présentés à la Figure 4.10. La distribution des vitesses est moins bonne que celle obtenue lors de la **simulation de référence** : l'erreur moyenne entre les vitesses mesurées et simulées passe de 0,0247 à 0,0270 m/s. Les vitesses au ni-

veau de la barre se trouvent être un peu plus surestimées. En général l'écoulement se dirige un peu plus par dessus la barre, ou suit très légèrement moins le talweg. L'introduction des termes de dispersion a donc eu l'effet inverse de celui désiré.

#### **4.2.3.3 Conclusion**

L'introduction des termes de dispersion calculés explicitement à partir des mesures n'a pas permis d'améliorer l'écoulement ; au contraire, celui-ci semble garder une direction légèrement plus rectiligne. Cependant, les coefficients ont été calculés à partir des vitesses moyennes et ont donc été introduits de façon isotrope. Comme lors de l'introduction de coefficients constants, où nous avons conclu que la disparité spatiale des profils devait être prise en compte, on peut ici conclure que la disparité entre les directions longitudinale et latérale est peut-être la cause des mauvais résultats. Elle n'est en effet, pas prise en compte lorsque les coefficients sont introduits de façon isotrope. Cette supposition est appuyée par le fait que l'introduction anisotrope de la variabilité des profils mesurés dans les directions longitudinale et latérale a amélioré la variabilité des vitesses sur le canal courbe de Jin et Steffler.

### **4.3 Conclusion sur l'introduction dans le modèle de la variabilité des profils mesurés**

Nous avons montré que les coefficients de dispersion, calculés à partir des profils verticaux mesurés, ont un impact important sur l'écoulement. La variabilité spatiale des vitesses a été nettement améliorée sur le canal courbe. Les résultats sont moins bons sur la rivière des Escoumins où aucune amélioration n'est apparue. Mais il est fort probable que cela soit dû à l'introduction isotrope des termes de dispersion puisque seules les vitesses moyennes étaient disponibles. La variabilité directionnelle n'a donc pas pu être prise en compte sur la rivière des Escoumins.



## **5. PARAMÉTRISATION DES COEFFICIENTS DE DISPERSION À PARTIR DES VARIABLES DU MILIEU**

---

Nous avons montré dans le chapitre précédent que l'information complète sur les profils verticaux directionnels introduite dans le modèle a permis d'améliorer la variabilité et la redistribution des vitesses sur le canal courbe, mais que les profils verticaux des vitesses horizontales moyennes ne suffisaient pas pour améliorer l'écoulement dans le cas de la rivière des Escoumins, possiblement à cause de l'isotropie des coefficients alors introduits. Nous allons donc tenter de paramétrer les coefficients de dispersion à partir des variables du problème, afin de pouvoir les introduire de façon anisotrope, sous forme de coefficients multiplicateurs des termes de convection, sans avoir besoin des profils verticaux mesurés.

### **5.1 Choix des variables utilisées pour la paramétrisation**

La modélisation des termes de dispersion doit se faire de façon anisotrope puisque les mouvements longitudinaux et transversaux de l'écoulement ne sont pas régis par les mêmes phénomènes hydrauliques. Ces phénomènes sont décrits dans les sections 5.1.1 et 5.1.2. Il nous faut donc caractériser les variables connues qui déterminent spécifiquement la variabilité verticale des écoulements longitudinal et latéral. Le choix de ces variables a été effectué par interprétation hydraulique, par comparaison avec l'expression des profils théoriques donnés dans la littérature et par expérimentation numérique parmi des variables choisies. Chacune d'elle a ensuite été introduite dans le modèle sous la forme d'un coefficient multiplicatif des termes d'accélération convective. Les résultats obtenus ont alors été comparés entre eux ainsi qu'avec les mesures disponibles.

#### **5.1.1 Paramétrisation du coefficient de dispersion longitudinal**

Rappelons que le coefficient de dispersion longitudinal correspond à :

$$\alpha_{longlong} = \frac{1}{H} \int_H \frac{(V_{long} - V_{long_{moy}})^2}{V_{long_{moy}}^2} dz .$$

L'écoulement longitudinal est déterminé par l'accélération primaire dans le sens longitudinal [De Vriend 1977]. Lorsque l'on regarde l'ordre de grandeur des termes des équations (voir Tableau 2.1), on constate que l'équilibre avec l'accélération convective se fait avec la pente d'énergie et le frottement (et en pratique avec la viscosité numérique, mais ce terme ne sera pas considéré puisqu'il ne fait pas partie du modèle théorique). Il paraît donc logique de supposer que ce sont également ces variables ou leur variation spatiale qui peuvent déterminer l'allure du profil vertical de l'écoulement longitudinal. De plus, par analogie au phénomène de turbulence qui perturbe temporairement la forme du profil, on peut supposer que la différence entre les vitesses réelles le long du profil et la vitesse moyenne peut être représentée à l'aide d'un modèle semblable au modèle de viscosité turbulente de type de longueur de mélange utilisé dans HYDROSIM, c'est-à-dire, à l'aide d'un paramètre de calibration multiplié par une norme (ou semie-norme) du gradient des vitesses horizontales.

Les variables utilisées afin de tester la paramétrisation du terme de dispersion longitudinal sont donc:

- la pente de la surface libre (le nombre de Froude compris entre 0,38 et 0,55 nous indique que l'écoulement est gravitationnel, donc dirigé par la pente de la surface).

Nous l'avons introduite à la fois sous forme générale:

$$\alpha_{longlong} = \lambda \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2} ,$$

mais également sous la forme directionnelle, dans la direction longitudinale:

$$\alpha_{longlong} = \lambda \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial_{long}}\right)^2}$$

- la semie-norme du gradient des vitesses utilisée dans le modèle de longueur de mélange pour la viscosité turbulente (voir équations (5) et (6)):

$$\alpha_{longlong} = \lambda \frac{H}{\sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2},$$

- la courbure locale de l'écoulement. Même si l'écoulement longitudinal n'est pas directement dirigé par le rayon de courbure local il nous a semblé intéressant d'utiliser cette variable dans la direction longitudinale à des fins de comparaison avec la direction transversale. Elle a été calculée à l'aide de la formule [Baule 1979] :

$$\frac{1}{r} = \frac{u^2 \frac{\partial v}{\partial x} + uv \frac{\partial v}{\partial y} - uv \frac{\partial u}{\partial x} - v^2 \frac{\partial u}{\partial y}}{(u^2 + v^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

On utilise :

$$\alpha_{longlong} = \lambda \frac{1}{r^2} H^2.$$

Les variables présentées ci-dessus ont des unités différentes et sont utilisées pour décrire le terme de dispersion multiplicatif de la convection qui n'a pas d'unité. C'est pourquoi certaines variables sont employées avec une combinaison de la vitesse [m/s] et/ou de la profondeur [m] pour les rendre adimensionnelles et ainsi garder des unités cohérentes. De plus, un paramètre de calibration  $\lambda$  est utilisé pour contrôler les ordres de grandeur.

### 5.1.2 Paramétrisation du coefficient de dispersion latéral

Le coefficient de dispersion latéral correspond à :

$$\alpha_{latlat} = \frac{1}{H} \int_H \frac{(V_{at} - V_{lat_{moy}})^2}{V_{lat_{moy}}^2} dz.$$

Le courant latéral est produit par une variation des forces centrifuges lorsque l'écoulement passe d'une portion rectiligne à une courbe, et la vitesse latérale augmente avec la courbure [Ippen and Drinker 1962 ; Engelung 1974 ; De Vriend 1977]. Le profil théorique des vitesses latérales dépend donc de la courbure locale de l'écoulement [De Vriend 1977]. Sa variation pourrait alors être due également à la courbure locale de l'écoulement ou à la varia-

tion de cette dernière. De plus, comme pour la représentation de la variation verticale du profil longitudinal, nous considérerons également qu'un modèle semblable à un modèle de viscosité turbulente pourrait être approprié dans le cas du terme de dispersion latéral.

Les variables utilisées afin de paramétrer le terme de dispersion latéral sont les mêmes que celles utilisées pour représenter le terme longitudinal, ce sont :

- la semie-norme du gradient des vitesses utilisée dans le modèle de longueur de mélange pour la viscosité turbulente (voir équations (5) et (6)) pour les mêmes raisons que dans la direction longitudinale :

$$\alpha_{latlat} = \lambda \frac{H}{\sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2},$$

- la courbure locale de l'écoulement puisqu'elle détermine les vitesses latérales :

$$\alpha_{latlat} = \lambda \frac{1}{r^2} H^2,$$

- la pente de la surface libre à des fins de comparaison avec la direction longitudinale, à la fois sous la forme générale :

$$\alpha_{latlat} = \lambda \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2},$$

et sous la forme directionnelle, dans la direction latérale:

$$\alpha_{latlat} = \lambda \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial lat}\right)^2}$$

La variation du rayon de courbure a été vérifiée mais ne donne aucun résultat assez intéressant pour être présenté ici.

## 5.2 Canal courbe de Jin et Steffler

### 5.2.1 Présélection des différentes paramétrisations

Comme il a été montré à la section 4.1.4, on ne peut pas s'attendre à ce que l'introduction des termes de dispersion dans une seule direction donne des résultats approchant la distri-

bution que l'on cherche à reproduire. L'exercice a tout de même été réalisé avec chacun des paramètres choisis, afin d'effectuer une présélection de ceux qui semblaient le plus représentatifs dans chacune des directions. Seule une brève description qualitative des résultats obtenus ainsi que les raisons qui nous ont poussées à éliminer certains paramètres sont données ici.

On peut supposer que les profils longitudinaux et par conséquent les termes de dispersion longitudinaux varient peu dans le canal. Ainsi, les résultats se rapprochant le plus de l'introduction d'un terme constant sont ceux obtenus avec la pente de la surface, longitudinale ou générale, ainsi qu'avec le rayon de courbure. L'amplitude des vitesses obtenues avec le rayon de courbure est plus importante. Les résultats obtenus avec la semie-norme du gradient de la vitesse, font apparaître l'amorce d'inversion du maximum des vitesses que l'on retrouve à la **simulation de référence avec dispersion** autour de  $150^\circ$ . Il n'est cependant pas possible de conclure sur la meilleure paramétrisation à utiliser dans la direction longitudinale avant l'introduction conjointe d'un terme dans la direction latérale.

L'introduction des trois variables testées dans la direction latérale donne des résultats qui diffèrent peu les uns des autres. Seule l'introduction de la pente de la surface semble être trop semblable à l'introduction d'un coefficient constant, ceci étant vrai pour la pente latérale et pour la pente générale. L'amplitude est très légèrement plus élevée après l'introduction de la semie-norme du gradient des vitesses et du rayon de courbure. Il n'est cependant pas possible de distinguer quelle est la meilleure de ces deux paramétrisations. L'ordre de grandeur des termes de dispersion latéraux devra être d'un ordre de grandeur supérieur aux longitudinaux, ce qui est confirmé lorsque l'on regarde les valeurs des termes de dispersions issus des profils mesurés (voir Annexe B).

### 5.2.2 Termes de dispersion anisotrope : longitudinal et latéral simultanément

La combinaison des variables utilisées afin de paramétriser les termes de dispersion de façon anisotrope sont les combinaisons des variables ayant donné les meilleurs résultats lorsqu'elles ont été introduites dans une seule direction soit :

- $\alpha_{longlong}$  = pente de la surface générale  
 $\alpha_{latlat}$  = semie-norme du gradient des vitesses (1),

- $\alpha_{longlong}$  = pente de la surface générale  
 $\alpha_{latlat}$  = courbure locale de l'écoulement (2),

- $\alpha_{longlong}$  = semie-norme du gradient des vitesses  
 $\alpha_{latlat}$  = semie-norme du gradient des vitesses (3),

- $\alpha_{longlong}$  = semie-norme du gradient des vitesses  
 $\alpha_{latlat}$  = courbure locale de l'écoulement (4),

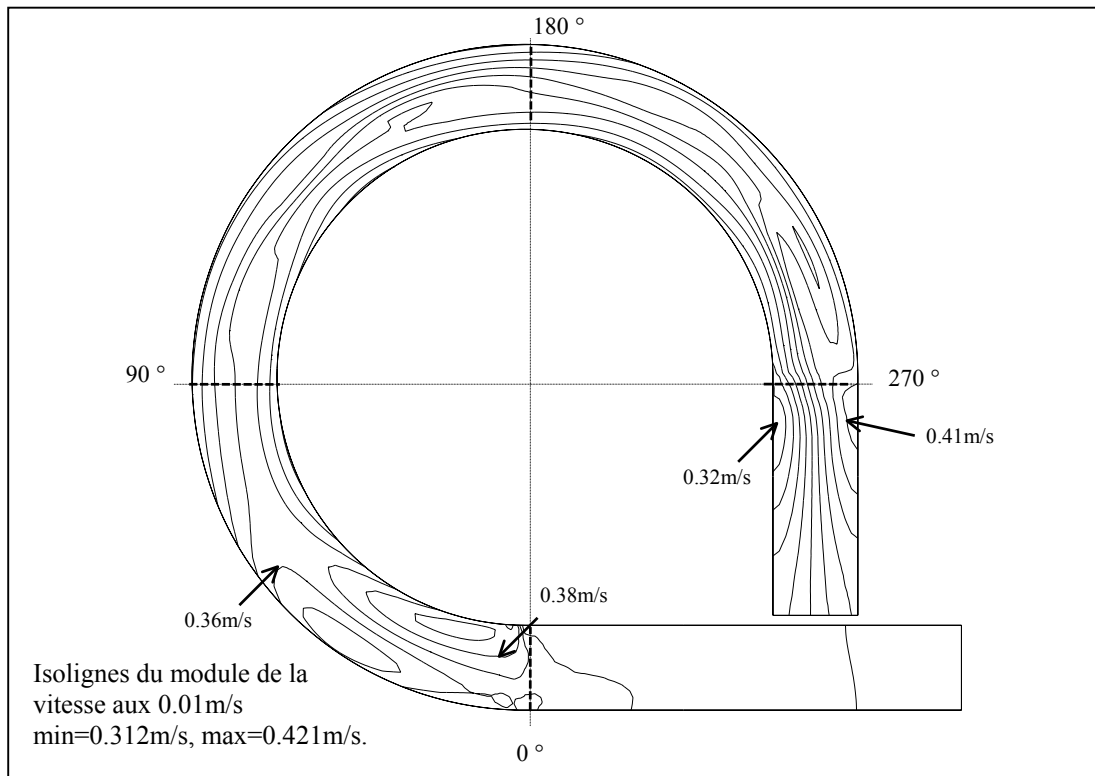
- $\alpha_{longlong}$  = courbure locale de l'écoulement  
 $\alpha_{latlat}$  = semie-norme du gradient des vitesses (5),

- $\alpha_{longlong}$  = courbure locale de l'écoulement  
 $\alpha_{latlat}$  = courbure locale de l'écoulement (6).

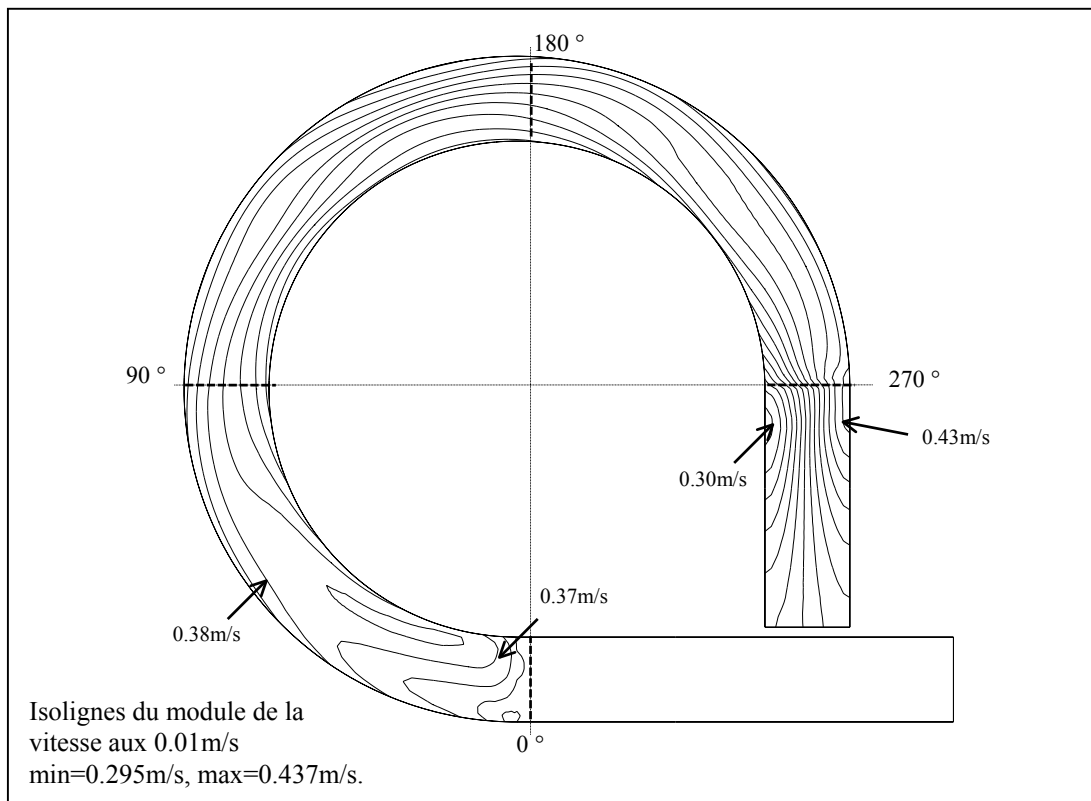
Les formules utilisées pour le calcul des termes sont les mêmes que celles présentées aux chapitres 5.1.1 et 5.1.2.

#### 5.2.2.1 Résultats

La comparaison qualitative de l'allure de la distribution des vitesses obtenue pour chacune des combinaisons précédentes avec les **simulations de référence, avec et sans dispersion** (voir Figure 4.3 et Figure 4.5), ainsi qu'avec les résultats de Jin et Steffler (voir Figure 4.4), nous suggère que les meilleures paramétrisations sont les combinaisons (2) et (6). Les distributions des vitesses obtenues pour ces deux combinaisons, qui seront les seules étudiées ici, sont présentées aux Figure 5.1 et Figure 5.2.



**Figure 5.1 Module des vitesses simulées avec la paramétrisation (2)**



**Figure 5.2 Module des vitesses simulées avec la paramétrisation (6)**

Les combinaisons (2) et (6) sont en effet celles qui présentent la meilleure amplitude ainsi qu'une redistribution claire des vitesses maximales vers l'extérieur de la courbe. L'allure générale des vitesses comporte les mêmes zones de redistribution que **la simulation de référence avec dispersion** (voir Figure 4.5). De 0 à 60°, les vitesses les plus faibles sont à l'extérieur de la courbe et la tendance s'inverse après 60°. Autour de 150°, les vitesses semblent présenter une légère amorce d'inversion de l'intérieur vers l'extérieur, surtout pour la combinaison (2). Ce phénomène est également apparu pour la simulation de référence avec dispersion. Après 180°, les vitesses maximales accélèrent à l'extérieur de la courbe, pour atteindre leur maximum en aval du transect de 270°. Afin de comparer plus qualitativement les résultats, nous avons calculé l'erreur effectuée sur chaque transect entre les vitesses simulées et mesurées, ainsi qu'entre la variabilité transversale mesurée et simulée. Les résultats sont présentés aux Figure 5.3 et Figure 5.4.

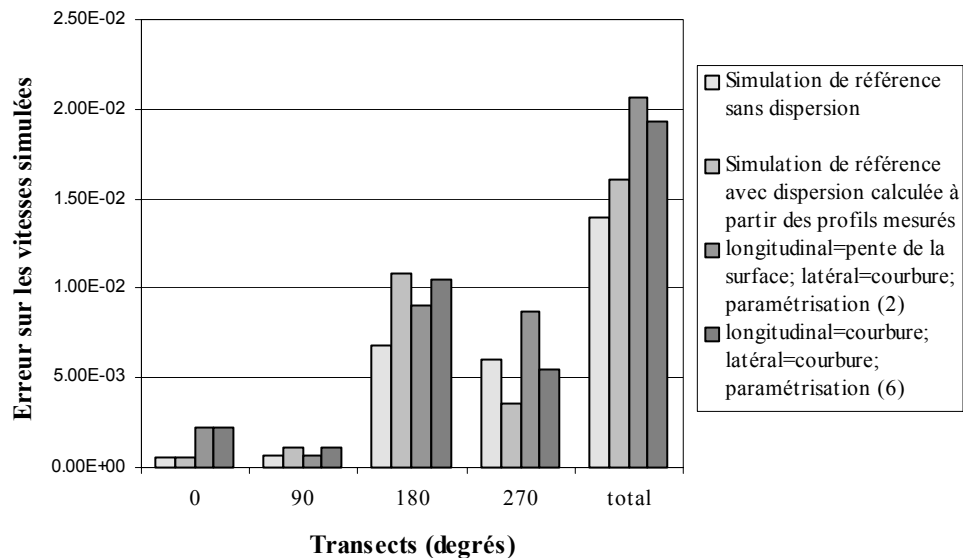
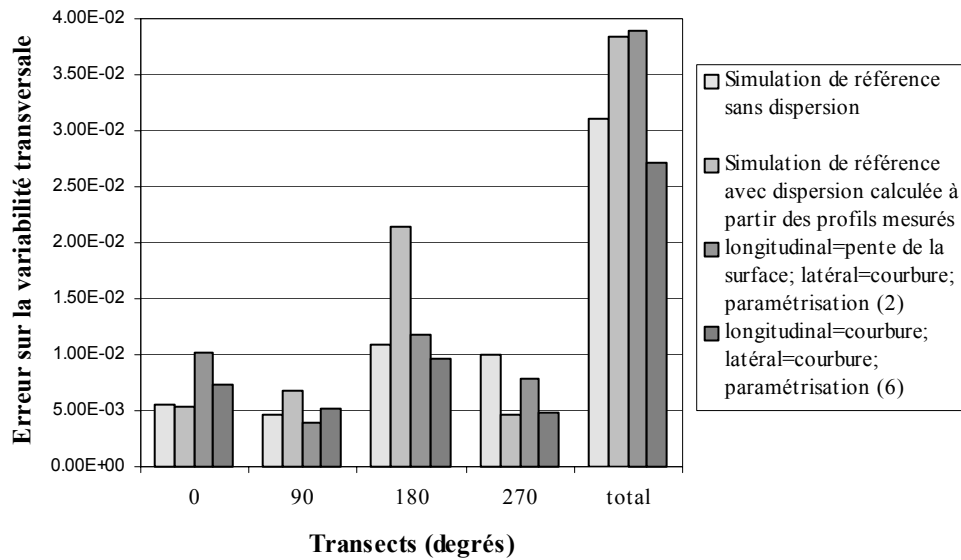


Figure 5.3 Comparaison de l'erreur entre les vitesses mesurées et simulées, pour les quatre transects ainsi que cumulative





**Figure 5.4 Comparaison de l'erreur entre la variabilité des vitesses mesurées et simulées, pour les quatre transects ainsi que cumulative**

Contrairement à l'allure de la distribution spatiale, la comparaison avec les valeurs des vitesses mesurées disponibles sur les quatre transects montre que la paramétrisation du terme de dispersion n'a pas permis d'obtenir de meilleure approximation que les deux simulations de référence. Ces résultats sont présentés à la Figure 5.3 qui montre la somme des différences au carré entre les vitesses mesurées et les vitesses simulées pour les **simulations de référence, avec et sans dispersion**, ainsi que pour les combinaisons (2) et (6).

Nous avons également calculé la variabilité transversale qui est représentée par la dérivée du module des vitesses dans la direction transversale. L'erreur a été calculée en faisant la somme des différences aux carrés entre la variabilité transversale des vitesses mesurées et des vitesses simulées, pour chaque transect. Nous avons alors constaté que même si les vitesses obtenues ne semblent pas améliorées, la variabilité transversale est bien meilleure pour la combinaison (6) que pour les deux simulations de référence, comme le montre la Figure 5.4. La variabilité obtenue semble également se rapprocher qualitativement des résultats des auteurs. Les transferts de convection semblent donc être mieux pris en compte par la combinaison (6).

### 5.2.2.2 Conclusion

Du point de vue de la valeur de l'erreur, les deux combinaisons de paramètres testés (2) et (6), donnent des résultats acceptables, tant au niveau de l'allure de la distribution des vitesses, qu'au niveau de la comparaison avec les mesures. Cependant, la combinaison (6), qui représente une paramétrisation des termes de dispersion par la courbure locale de l'écoulement dans les deux directions, longitudinale et latérale, semble bien représenter les échanges transversaux dans la convection, par rapport aux simulations de référence.

Les valeurs des vitesses simulées, comparées avec les mesures sont moins bonnes que celles des simulations de référence. Cependant, la comparaison effectuée sur les quatre transects peut ne pas suffire à être représentative de la variabilité de l'écoulement réel. Par exemple, il pourrait y avoir un décalage vers l'aval des vitesses obtenues par rapport aux mesures qui n'apparaîtrait pas et qui donnerait des erreurs en valeur des vitesses sur les transects, bien que l'allure générale pourrait être bonne. C'est pourquoi la comparaison qualitative de l'allure de la distribution des vitesses obtenue avec les résultats des auteurs reste importante et nous permet de conclure à une amélioration générale des résultats.

On peut s'interroger sur le choix de la combinaison (6) comme paramétrisation, car la dispersion longitudinale serait alors déterminée par la courbure, ce qui ne paraît pas logique. On peut supposer que le cas du canal courbe est particulier puisque la courbure est importante est l'écoulement est complètement déterminé par celle-ci. Ce résultat reste à vérifier sur la rivière des Escoumins.

## 5.3 Application à la rivière des Escoumins

Comme dans le cas du canal courbe, les paramètres choisis seront d'abord introduits seuls, dans chacune des directions séparément, afin de faire une présélection de ceux qui seront les plus appropriés.

### **5.3.1 Terme longitudinal seul**

Comme pour le canal courbe, les termes testés pour paramétriser le terme de dispersion longitudinal sont : la pente globale de la surface, la semie-norme du gradient des vitesses utilisée dans le modèle de turbulence et la courbure locale de l'écoulement. La même méthode pour l'introduction des termes dans le modèle est appliquée.

La pente de la surface utilisée sur la rivière est la pente globale. La pente directionnelle n'a ici pas été calculée. En effet, le calcul de celle-ci nécessite de connaître les directions longitudinales et latérales en chaque points. Or, nous n'avons qu'une approximation constante par zone de ces directions. De plus, l'étude sur le canal courbe a montré que la pente globale donnait des résultats semblables à ceux obtenus avec une pente directionnelle.

#### **5.3.1.1 Résultats de la présélection des paramètres**

Les résultats obtenus pour les trois paramètres s'avèrent très semblables. Tous présentent une légère amélioration des résultats par rapport à la simulation de référence puisque l'erreur moyenne entre les vitesses mesurées et simulées passe de 0,0247 à 0,0242 m/s pour la pente et à 0,0240 m/s pour la semie-norme du gradient des vitesses et pour la courbure.

L'introduction du seul terme longitudinal ne permet donc pas de déterminer quel paramètre est le plus représentatif. Les trois seront donc testés conjointement avec la paramétrisation du terme latéral.

### **5.3.2 Terme latéral seul**

Les termes testés afin de paramétriser le terme de dispersion latéral sont, comme pour le terme longitudinal : la pente de la surface, la semie-norme du gradient des vitesses utilisée dans le modèle de turbulence et la courbure locale de l'écoulement.

### 5.3.2.1 Résultats de la présélection des paramètres

Seul le rayon de courbure permet d'améliorer légèrement les résultats par rapport à la simulation de référence. L'erreur moyenne en chaque point de mesure passe en effet de 0,0247 à 0,0242 m/s. Les résultats obtenus avec la semie-norme du gradient des vitesses ainsi qu'avec la pente de la surface sont moins bons que la simulation de référence. On obtient en effet respectivement 0,0255 et 0,0271 m/s comme erreur moyenne pour ces deux paramètres. Ces résultats confirment ceux qui avaient été obtenus sur le canal courbe, où les deux meilleures combinaisons de paramètres utilisaient la courbure de l'écoulement pour modéliser le terme latéral (voir chapitre 5.2.2).

### 5.3.3 Termes de dispersion anisotrope : longitudinal et latéral simultanément

La combinaison des variables utilisées afin de paramétriser les termes de dispersion de façon anisotrope sont les combinaisons des variables ayant donné les meilleurs résultats lorsqu'elles ont été introduites dans une seule direction soit :

- $\alpha_{longlong}$  = pente de la surface

$$\alpha_{latlat} = \text{courbure locale de l'écoulement} \quad (1),$$

- $\alpha_{longlong}$  = semie-norme du gradient des vitesses

$$\alpha_{latlat} = \text{courbure locale de l'écoulement} \quad (2),$$

- $\alpha_{longlong}$  = courbure locale de l'écoulement

$$\alpha_{latlat} = \text{courbure locale de l'écoulement} \quad (3).$$

Seule la paramétrisation par la courbure sera testée pour le terme de dispersion latéral puisque les autres paramètres n'ont pas présenté de bons résultats lorsqu'ils ont été testés seuls, résultats également confirmés sur le canal courbe.

### 5.3.3.1 Résultats

**Tableau 5.1 Synthèse des combinaisons vérifiées et des résultats obtenus pour les paramètres de calibration identiques à la simulation de référence :  $Pe=1,0$  ;  $l_m=0,01$  ;  $n+12\%$  ;**

<b>Simulations effectuées et combinaisons de paramètres utilisés</b>	<b>Erreur moyenne</b>	<b>Régression linéaire entre <math>V_{mes}</math> et <math>V_{sim}</math></b>	<b><math>R^2</math></b>
Simulation de référence sans terme de dispersion $Q=10,06m^3/s$	0,247	$y = 0,7991x + 0,2452$	0,8429
$\alpha_{longlong}=pente$ $\alpha_{latlat}=courbure$ $Q=9,87m^3/s$	0,0246	$y = 0,7876x + 0,2436$	0,8341
$\alpha_{longlong}=semi-norme\ du\ grad.\ des\ vit.$ $\alpha_{latlat}=courbure$ $Q=9,98m^3/s$	0,0238	$y = 0,805x + 0,2354$	0,8536
$\alpha_{longlong}=courbure$ $\alpha_{latlat}=courbure$ $Q=10,05m^3/s$	0,0243	$y = 0,7988x + 0,244$	0,8482

Les résultats pour les trois combinaisons testées sont présentés au Tableau 5.1. On constate que toutes les combinaisons ont apporté une amélioration dans les résultats, même minime. La meilleure amélioration, s'est produite après l'introduction de la combinaison (2) qui correspond à une paramétrisation du terme de dispersion longitudinal par la semi-norme du gradient des vitesses, et du terme latéral par le rayon de courbure local. L'amélioration, très faible, se situe au niveau de la barre : les vitesses sont très légèrement moins surestimées au-dessus de celle-ci et parallèlement légèrement moins sous-estimées juste en aval de la barre, au-dessus de la mouille.

### 5.3.3.2 Discussion

On constate que la combinaison des paramètres qui a amélioré l'écoulement sur la rivière des Escoumins n'est pas la même que celle qui a été choisie sur le canal courbe. En effet, la paramétrisation du terme longitudinal semblait meilleure avec la courbure de l'écoulement sur le canal courbe, alors qu'elle semble meilleure avec la semi-norme du gradient des vitesses sur la rivière. Le terme latéral reste mieux représenté par la courbure de

l'écoulement à la fois dans le cas du canal courbe et de la rivière des Escoumins. Cette différence dans la paramétrisation longitudinale provient peut-être du fait que dans le canal courbe, le mouvement hélicoïdal de l'écoulement est d'une grande importance, et la courbure importante contrôle fortement la direction de l'écoulement. Sur la rivière des Escoumins en revanche, l'écoulement semble réagir moins à la courbure, qui plus faible, qu'à la topographie du coude, comme si la barre jouait le rôle d'un obstacle. Le contexte topographique différent entre le canal courbe et la rivière des Escoumins est un paramètre qui a une influence primordiale sur la variation des profils verticaux des vitesses. En effet, se sont différents phénomènes hydrauliques qui doivent intervenir sur l'écoulement selon le contexte physique.

## **5.4 Conclusions sur la paramétrisation des termes de dispersion**

La paramétrisation des termes de dispersion, effectuée dans deux cas différents, n'a pas donné les mêmes résultats. Sur le canal courbe, dont l'écoulement est dirigé par la courbure, les termes dispersifs longitudinaux ont présentés de meilleurs résultats lorsqu'ils étaient paramétrisés par la courbure locale de l'écoulement. Sur la rivière des Escoumins, où la topographie est beaucoup plus variable, en particulier au niveau de la barre qui force l'écoulement à la contourner, le terme longitudinal a montré de meilleurs résultats avec une paramétrisation par le modèle de type viscosité turbulente. Pour les deux écoulements cependant, le terme latéral a montré de meilleurs résultats avec une paramétrisation par la courbure. Dans les deux cas, l'amélioration sur les valeurs des vitesses s'avère faible. Sur le canal, il s'agit plutôt d'une amélioration de la variabilité et non de la valeur des vitesses simulées, au moins sur les quatre transects sur lesquels les vitesses mesurées sont disponibles. Sur la rivière, l'amélioration se situe bien dans la direction des vitesses autour de la barre, mais le résultat est très semblable à ce qui avait été obtenu avec l'introduction de coefficients de dispersion constants (voir section 4.2.2)

La rivière des Escoumins est une rivière de petite dimension et il est donc probable que sa variabilité soit importante par rapport à sa taille. Dans ce cas, la colonne d'eau est sensible à beaucoup de variables du milieu physique. Il se peut donc que les paramétrisations des termes de dispersion testées ne soient pas suffisamment représentatives de l'influence de l'ensemble des variables du milieu, surtout si plusieurs d'entre elles agissent simultanément sur la colonne d'eau.

## 6. CONCLUSION

---

### 6.1 Rappel de la problématique et des méthodes de résolution

Le but de ce travail était dans un premier temps de valider le modèle numérique, afin de s'assurer que la mauvaise représentation des vitesses n'était pas due à une mauvaise calibration des paramètres du modèle, ou à un problème au niveau des hypothèses de modélisation comme la formulation ou la prise en compte du couvrant-découvrant. Après un travail de calibration sur les viscosités et le coefficient de frottement, la distribution des vitesses a été grandement améliorée et l'erreur entre les vitesses simulées et mesurées a été diminuée. Cependant, la problématique persistait toujours.

Le modèle numérique ayant été validé, c'est le modèle mathématique et les hypothèses posées lors du développement des équations de Saint-Venant qui ont été étudiées. En se référant aux profils mesurés ainsi qu'à plusieurs publications, nous avons jugé que l'hypothèse de l'uniformité des profils verticaux des vitesses n'était pas respectée sur la rivière des Escoumins et pouvait alors être restrictive. Nous avons développé de nouveau les équations du mouvement, en considérant cette fois, la variabilité des profils verticaux. Les vitesses ont été recalculées avec ces nouvelles équations pour le tronçon de la rivière des Escoumins étudié ainsi que pour un canal courbe de  $270^\circ$  utilisé par Jin et Steffler [1993].

La variabilité des profils verticaux a, dans un premier temps, été calculée concrètement à partir des profils mesurés qui étaient disponibles et a été introduite dans le modèle sous forme de termes dispersifs. Ces termes ont été introduits sous la forme d'un coefficient multiplicateur des termes d'accélération convective ou, de façon équivalente, sous forme



---

de contraintes, en fonction des avantages de chaque méthode selon le contexte. Dans un deuxième temps, nous avons tenté de trouver une paramétrisation pour ces termes dispersifs, afin de pouvoir les introduire dans le modèle, sans avoir besoin des profils verticaux mesurés. Les termes dispersifs ont toujours été calculés dans le repère local longitudinal-transverse, puis transformés dans le repère cartésien, pour une meilleure prise en compte des phénomènes hydrauliques différents qui agissent dans les directions longitudinales et latérales de l'écoulement.

## 6.2 Résultats et conclusions

Les termes dispersifs, calculés à partir des profils verticaux mesurés, ont permis d'améliorer la variabilité générale des vitesses sur le canal courbe. Par contre, sur la rivière, les résultats sont moins bons que les résultats de référence, obtenus sans terme de dispersion. Ceci a été attribué à l'anisotropie des termes introduits sur le canal. En effet, les profils verticaux étaient disponibles dans les directions longitudinale et transversale, ce qui a permis de calculer explicitement les termes dispersifs dans les trois directions des termes de convection (sous la forme d'un tenseur symétrique). Sur la rivière des Escoumins, les termes dispersifs ont été introduits de façon isotrope, puisque seules les vitesses moyennes étaient disponibles.

Lors de l'étude sur la paramétrisation des termes de dispersion, réalisée afin de modéliser la variabilité des profils verticaux, nous avons constaté que les paramétrisations optimales étaient différentes pour le canal et la rivière. Dans les deux cas cependant, les termes latéraux doivent être modélisés à l'aide de la courbure locale de l'écoulement. Les valeurs des vitesses ont été très légèrement améliorées sur la rivière et la variabilité spatiale a été grandement améliorée sur le canal.

Les termes de dispersion se sont montrés très sensibles lors de la paramétrisation. Ils semblent également être très sensibles à la forme de l'écoulement auquel ils sont appliqués. C'est-à-dire que la variabilité des profils verticaux des vitesses est intimement liée

à la forme de l'écoulement, surtout lorsque les dimensions horizontales sont faibles devant les dimensions verticales. Il peut donc être assez complexe d'obtenir une paramétrisation générale applicable à tous les écoulements, ce qui explique les paramétrisations différentes obtenues pour la rivière et le canal. La paramétrisation doit donc se faire au cas par cas, comme un processus de calibration.

D'autres raisons qu'une mauvaise paramétrisation, ou qu'une paramétrisation incomplète, pourraient expliquer la difficulté que nous avons eu à améliorer les vitesses sur la rivière des Escoumins. Il semble en effet que l'erreur obtenue soit bornée inférieurement. C'est-à-dire que grâce à la calibration des paramètres du modèle, nous avons diminué l'erreur moyenne sur les vitesses, la faisant passer de 0,0343 à 0,0247 m/s. Ensuite, après l'introduction des termes de dispersion, l'amélioration obtenue a été très faible et l'erreur n'a pas pu être diminuée en-deça de 0,0238 m/s. Comme les mesures ont été effectuées avec beaucoup de soin et avec une assez grande précision quant au nombre de points, elles ont toujours été considérées comme la référence absolue. Il est cependant possible qu'elles comportent des erreurs ou des biais. Plusieurs alternatives, non mutuellement exclusives, sont alors possibles :

- 1) les mesures sont bonnes et dans ce cas, la paramétrisation des termes dispersifs n'a pas réussi à améliorer les résultats plus que des termes dispersifs constants. Les limitations à ce phénomène sont celles présentées plus haut, sur la complexité de définir les différentes variables intervenant simultanément sur l'écoulement en rivière.
- 2) les mesures, sur lesquelles ont été basées toutes les comparaisons et les calculs des erreurs, comportent peut-être un biais. En effet, malgré la précision des données dont nous disposons, en particuliers pour les vitesses, on peut identifier plusieurs sources d'erreurs possibles :

→ tout d'abord, les vitesses mesurées moyennes sur la verticale ont été calculées par une méthode numérique (méthode des trapèzes) à partir des profils verticaux mesurés. Ainsi, même si les valeurs des vitesses mesurées le long des profils est précise, on peut avoir introduit un biais lors du calcul de la moyenne

---

puisque les vitesses réelles ne sont pas connues au fond et directement en surface et ont dû être extrapolées.

- malgré une bonne précision générale sur les mesures de la topographie, la barre, qui est une zone assez homogène, comporte peu de points de mesures. Hors, les vitesses comportant la plus forte erreur sont situées au-dessus de la barre, sur une petite zone où la topographie diffère très légèrement. L'erreur à cet endroit n'a pas pu être diminuée. Il est donc possible que les mesures de la topographie à cet endroit ait été sous-estimées.

Malgré tout, indépendamment de la justesse des mesures, les résultats ont montré qu'il était possible de modéliser la variabilité des profils verticaux des vitesses. Ainsi, lorsque l'hypothèse de l'uniformité des profils de vitesse est restrictive, comme c'est souvent le cas des petits cours d'eau ou des écoulements en courbe, il est facile d'introduire des termes dispersifs, multiplicateurs de la convection, sans pour autant modifier le modèle HYDROSIM. Les équations calculées restent les mêmes, et le modèle garde donc sa simplicité d'utilisation, tout en donnant des résultats aussi bons qu'un modèle plus complexe auquel des équations sont rajoutées pour représenter la variabilité le long de la composante verticale.

L'application des équations de Saint-Venant bidimensionnelles à des petits cours d'eau alluvionnaires reste encore un déficit. Le modèle numérique et le modèle de terrain ne permettent pas encore de prendre en compte la complexité du terrain. La prise de mesure supplémentaire sur le terrain permettrait d'introduire plus de détails, mais il s'agit surtout de la prise en compte de ces données de terrain par le modèle numérique qui doit être améliorée. En effet, la densité des points de mesures de la topographie n'est nécessaire que si la taille du maillage de simulation est suffisamment raffiné. De plus, le coefficient de frottement calculé lors de la construction du MNT, qui prend en compte les différentes granulométries et leur proportion retrouvée dans le substrat, ne considère pas les macro-rugosités ou le transport qui est pourtant important. Un travail de développement d'une

meilleure prise en compte numérique des données de terrain pourraient alors être recommandé ici.

## 7. BIBLIOGRAPHIE

---

Baule, B. (1979) *Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs*. Teil 1, Band I. Verlag Harri Deutsch. Thun und Frankfurt am Main. 187 p.

Bogle, G. V. (1997). Stream velocity profiles and longitudinal dispersion. *J. of Hydraul. Eng.*, 123 (9): 816-821.

De Vriend, H. J. (1977). A mathematical model of steady flow in curved shallow channel. *J. of Hydraul. Res.*, 15 (1): 37-53.

De Vriend, H. J. et H. J. Geldof (1983). Main velocity in short river bends. *J. of Hydraul. Eng.*, 109 (7): 991-1010.

Engelund, F. (1974). Flow and bed topography in channel bends. *J. of Hydraul. Div., Proceeding of ASCE*, 100 (HY11): 1631-1647.

Fischer, H. B., E. J. List, R. C. Y Koh, J. Imberger, et N. H. Brooks. (1979). *Mixing in inland and coastal waters*. Academic press, New York, N.Y., 483p.

Flokstra, C. (1977). The closure problem for depth-averaged two-dimensional flow. *Proceeding of the 17<sup>th</sup> Congress of the IAHR*, Baden-Baden, Germany. 247-256.

Fread, D. L. et J. M. Lewis. (1998). *NWS FLDWAV model*. National Weather Service, NOAA, Silver Spring, Maryland, 20910. 325p.

Heniche, M., Y. Secretan, P. Boudreau et M. Leclerc. (2000). *A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries*. *Advances in Water Resources*, 23 (4): 359-372.

Heniche M., Y. Secretan et M. Leclerc. (2000). *HYDROSIM 1.0a06: Guide d'utilisation*. Québec, INRS-Eau, rapport R482-G2. 54p.

INRS-Eau. (1997). *Simulation hydrodynamique et bilan sédimentaire des rivières Chicoutimi et des Ha! Ha! suite aux crues exceptionnelles de juillet 1996*. Rapport présenté à la Commission scientifique et technique sur la gestion des barrage. INRS-Eau, rapport R487s. 207 p.

Ippen, A. T. et P. A. Drinker. (1962). Boundary shear stress in curved trapezoidal channels. *J. of Hydraul. Div., Proceedings of the American Society of Civils Engineers*, 116 (HY5): 143-179.

Jin, Y.-C. et P. M. Steffler. (1993). Predicting flow in curved open channels by depth-averaged method. *J. of Hydraul. Eng.*, 119 (1): 109-124.

Jin, X et C. Kranenburg. (1993) Quasi-3D Numerical Modeling of Shallow-Water Circulation. *J. of Hydraul. Eng.*, 119 (4): 458-472.

Kalkwijk, J. P. Th. et H. J. De Vriend. (1980). Computation of the flow in shallow river bends. *J. of Hydraul. Res.*, 18 (4): 327-342.

Khan, A. A. et P. M. Steffler. (1996). Vertically averaged and moment equations model for flow over curved beds. *J. of Hydraul. Eng.*, 122 (1): 3-9.

Leendertse, J.J., S.K. Liu, R.C. Alexander et A.D. Nelson. (1973). *Three-dimensional model for estuaries and coastal seas : Vol. I- Principles of computation*. R-1417-OWRT. 157p.

Leclerc, M. *et al.* (1998). *Simulation hydrodynamique et analyse morphodynamique de la rivière Montmorency en crue dans le secteur des Îlets*. Travaux réalisés pour le compte de la Ville de Beauport. INRS-Eau, rapport R522. 134 p.

Leclerc, M., J.F. Bellemare et S. Trussard. (1990). Simulation hydrodynamique de l'estuaire supérieur du fleuve Saint-Laurent (Canada) avec un modèle aux éléments finis couvrant-découvrant. *Can.J.Civil Eng.*, 17 (5): 739-751.

Leclerc, M., J-F. Bellemare, G. Dumas et G. Dhatt (1990). A finite element model of estuarian and river flows with moving boundaries. *Adv. in Water Res.*, 13 (4): 158-168.

Li, C. W. et R. A. Falconer. (1994). Depth integrated modeling of tide induced circulation in a square harbour. *J. of Hydraul. Res.*, 33 (03): 321-332.

Lien, H.C, T. Y. Hsieh, J. C. Yang et K. C. Yeh. (1999). Bend-Flow Simulation Using 2D Depth-Averaged Model. *J. of Hydraul. Eng.*, 125 (10): 1097-1108.

Molls, T. et M. H. Chaudhry. (1995). Depth-Averaged Open-Channel Flow Model. *J. of Hydraul. Eng.*, 121 (6): 453-465.

Ponce, V. M. et S. B. Yabusaki. (1981). Modeling circulation in depth-averaged flow. *J. of the Hydraul. Div.*, 107 (HY11): 1501-1517.

Robert, J-L. (1983). *Modélisation tridimensionnelle des écoulements à surface libre, permanents et non-permanents, par la méthode des éléments finis*. Thèse de doctorat, école des Gradués de l'Université Laval. 233p.

- 
- Rodi, W. (1980). *Turbulence models and their applications. A state of the art review*. AIRH. 104p.
- Rozovskii, I. L. (1957). *Flow of water in bends of open channels*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israël.
- Secretan, Y., Y. Roy *et al.* (2000). *MODELEUR: Guide d'utilisation 1.0a07*. Québec, INRS-Eau, rapport R482-G3E. 258p.
- Soulaïmani, A. (1983). *Nouveaux aspects de l'application de la méthode des éléments finis en hydrodynamique*. Thèse de doctorat, école des Gradués de l'Université Laval. 192p.
- Streeter, V.L. (1971). *Fluid mechanics*. Cinquième édition, McGraw Hill, New-York. 755p.
- Steffler, P. M. et Y.-C Jin.(1993). Depth averaged and moment equations for moderately shallow free surface flow. *J. of Hydraul. Res.*, 31 (1): 5-17.
- Whitting, P. J. et W. E. Dietrich. (1991). Convective accelerations and boundary shear stress over a channel bar. *Water Resources Res.*, 27 (5): 783-796.
- Yeh, H. H., W.-S. Chu. et O. Dahlberg (1988). Numerical modeling of separation Eddies in shallow water. *Water Resources Res.*, 24 (4): 607-614.
- Yulistiyanto, B., Y. Zech et W.H. Graf. (1998). Flow around a cylinder : shallow-water modelling with diffusion-dispersion. *J. of Hydraul. Eng.*, 124 (4): 419-429.





## A. Compléments sur les équations de Saint-Venant

---

Le développement des équations de Saint-Venant bidimensionnelles nécessite l'intégration verticale sur la profondeur des équations de continuité et du mouvement. Par sa linéarité, l'équation de continuité ne pose pas de problème particulier. L'équation du mouvement, cependant, comporte des termes non linéaires dont l'intégration verticale ne peut être effectuée que sous certaines simplifications. Ces termes non linéaires sont les termes d'accélération convective et les termes de turbulence. Nous présentons ici les détails de leur intégration verticale.

### A1. Intégration des termes de convection

Avant l'intégration verticale des équations du mouvement, qui sont alors tridimensionnelles, six termes d'accélération convective apparaissent. Leur intégration verticale s'écrit :

$$\left\langle \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\langle \partial u_i u_j \rangle}{\partial x_j} - u_i(h) u_j(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} + u_i(h_b) u_j(h_b) \frac{\partial h_b}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2, \quad (\text{A1})$$

$$\left\langle \frac{\partial u_i w}{\partial z} \right\rangle = u_i(h) w(h) - u_i(h_b) w(h_b). \quad (\text{A2})$$

Développons  $w(h)$  et  $w(h_b)$  en fonction des conditions cinématiques :

$$w(h) = \frac{\partial h}{\partial t} + u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h) \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (\text{A3})$$

$$w(h_b) = \frac{\partial h_b}{\partial t} + u(h_b) \frac{\partial h_b}{\partial x} + v(h_b) \frac{\partial h_b}{\partial y}. \quad (\text{A4})$$

En remplaçant (A2) par son développement et en sommant (A1) et (A2), on obtient :

$$\left\langle \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2. \quad (\text{A5})$$

En faisant l'hypothèse que le profil vertical des vitesses est constant, on obtient :

$$\left\langle \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \overline{u_i} H}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j} H}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2. \quad (\text{A6})$$

## A2. Intégration verticales des contraintes

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right\rangle &= \frac{\partial \langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j} + \tau_{ij}(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} + \tau_{ij}(h_b) \frac{\partial h_b}{\partial x_j} \\ &\approx \frac{\partial \langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j} \end{aligned} \quad i, j = 1, 2. \quad (\text{A7})$$

La simplification apportée à cette dernière équation est proposée par Leendertse [1973].

L'hypothèse est faite que les termes  $\frac{\partial h}{\partial x_j}$  et  $\frac{\partial h_b}{\partial x_j}$  sont négligeables. Cela revient à négliger

les valeurs des contraintes horizontales à la surface et au fond. Ces dernières représentent un effet dissipateur de la turbulence. La surface n'ayant qu'une faible pente, il est raisonnable de la négliger. Cependant, on peut rencontrer des pentes au fond assez importantes [Robert 1983], il est alors préférable de vérifier si les contraintes peuvent être négligées.

## B. Termes de dispersion sur le canal courbe de Jin et Steffler [1993]

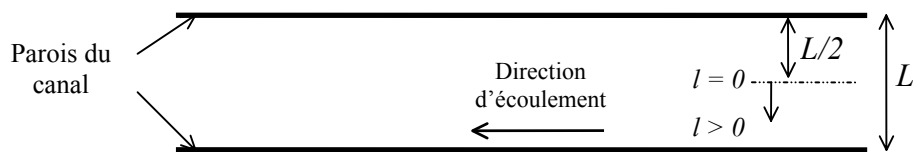
---

Les termes de dispersion calculés à partir des profils verticaux mesurés, donnés par les auteurs, ont été introduits dans le modèle sous forme de contraintes. Nous présentons ici aux Tableau B.1, Tableau B.2 et Tableau B.3, les profils verticaux des vitesses utilisés ainsi que les valeurs des termes de dispersion obtenus à l'aide de la formule :

$$\beta_{ij} = \langle (u_i - u_{im})(u_j - u_{jm}) \rangle .$$

La vitesse moyenne sur la verticale et l'intégration sur la profondeur ont été calculées par la méthode des trapèzes. Les profils donnés étant normalisés sur la profondeur, nous avons multiplié l'intégrale le long du profil par  $H=0,061m$  pour obtenir l'intégrale sur la profondeur.

La notation signée  $l$  est utilisée pour placer le point de mesure du profil sur la largeur pour chaque transect. Le schéma suivant montre la convention de signe utilisée, soit  $l > 0$  vers la gauche ou l'extérieur de l'écoulement et  $l = 0$  au centre du canal.



**Tableau B.1 Profils verticaux longitudinaux mesurés, vitesses moyennes et coefficients de dispersion  $\beta_{longlong}$**

Transect	<i>l/L</i>					
0°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,375	0,350	0,425	0,400	0,450
	0,8	0,375	0,425	0,425	0,425	0,440
	0,6	0,375	0,350	0,400	0,400	0,425
	0,4	0,350	0,350	0,375	0,380	0,400
	0,2	0,300	0,325	0,350	0,340	0,350
	0,1	0,300	0,250	0,275	0,250	0,300
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	$V_{moy}$	-0,340	-0,342	-0,371	-0,366	-0,389
	$\beta_{longlong}$	<b>2,42E-04</b>	<b>3,19E-04</b>	<b>3,35E-04</b>	<b>3,60E-04</b>	<b>3,67E-04</b>

Transect	<i>l/L</i>					
90°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,400	0,425	0,410	0,400	0,300
	0,8	0,400	0,410	0,415	0,400	0,350
	0,6	0,400	0,405	0,400	0,400	0,350
	0,4	0,400	0,375	0,375	0,375	0,355
	0,2	0,350	0,325	0,350	0,350	0,325
	0,1	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	$V_{moy}$	-0,371	-0,367	-0,370	-0,366	-0,328
	$\beta_{longlong}$	<b>2,81E-04</b>	<b>3,51E-04</b>	<b>3,17E-04</b>	<b>2,95E-04</b>	<b>2,13E-04</b>

Transect		l/L				
180°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,400	0,400	0,375	0,300	0,250
	0,8	0,425	0,400	0,375	0,325	0,275
	0,6	0,425	0,400	0,375	0,325	0,275
	0,4	0,450	0,400	0,375	0,325	0,300
	0,2	0,400	0,375	0,325	0,325	0,265
	0,1	0,350	0,300	0,275	0,250	0,225
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	V <sub>moy</sub>	-0,405	-0,376	-0,347	-0,307	-0,264
	$\beta_{longlong}$	<b>3,32E-04</b>	<b>3,25E-04</b>	<b>2,96E-04</b>	<b>2,03E-04</b>	<b>1,51E-04</b>

Transect		l/L				
270°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,475	0,425	0,375	0,325	0,250
	0,8	0,475	0,425	0,375	0,300	0,275
	0,6	0,450	0,425	0,375	0,325	0,275
	0,4	0,425	0,400	0,375	0,325	0,275
	0,2	0,375	0,375	0,325	0,275	0,275
	0,1	0,340	0,325	0,300	0,250	0,225
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	V <sub>moy</sub>	-0,417	-0,391	-0,349	-0,296	-0,261
	$\beta_{longlong}$	<b>4,09E-04</b>	<b>3,04E-04</b>	<b>2,32E-04</b>	<b>1,74E-04</b>	<b>1,20E-04</b>

Tableau B.2 Profils verticaux latéraux mesurés, vitesses moyennes et coefficients de dispersion  $\beta_{latlat}$

Transect	l/L					
0°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	-0,008	-0,013	-0,013	-0,005	-0,005
	0,8	-0,005	-0,015	-0,015	-0,005	0,000
	0,6	-0,005	-0,016	-0,015	-0,008	0,000
	0,4	-0,010	-0,020	-0,015	-0,010	0,000
	0,2	-0,020	-0,025	-0,020	-0,008	0,000
	0,1	-0,023	-0,028	-0,023	-0,010	-0,002
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	V <sub>moy</sub>	-0,011	-0,019	-0,016	-0,007	-0,001
	$\beta_{latlat}$	<b>2,81E-06</b>	<b>1,94E-06</b>	<b>9,30E-07</b>	<b>3,12E-07</b>	<b>1,40E-07</b>

Transect	l/L					
90°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,000	0,035	0,040	0,033	0,010
	0,8	0,013	0,025	0,028	0,028	0,011
	0,6	0,010	0,010	0,013	0,015	0,010
	0,4	0,000	-0,010	-0,008	-0,003	-0,001
	0,2	-0,023	-0,040	-0,038	-0,035	-0,030
	0,1	-0,031	-0,050	-0,048	-0,045	-0,039
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	V <sub>moy</sub>	-0,003	-0,004	-0,001	0,001	-0,004
	$\beta_{latlat}$	<b>1,37E-05</b>	<b>5,50E-05</b>	<b>5,53E-05</b>	<b>4,80E-05</b>	<b>2,27E-05</b>

Transect		l/L				
180°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,001	0,040	0,035	0,030	0,015
	0,8	0,014	0,033	0,031	0,028	0,015
	0,6	0,015	0,015	0,015	0,015	0,010
	0,4	0,008	-0,005	0,000	0,000	0,000
	0,2	-0,013	-0,038	-0,325	-0,025	-0,020
	0,1	-0,028	-0,043	-0,043	-0,035	-0,025
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	V <sub>moy</sub>	0,002	0,002	-0,048	0,004	0,000
	$\beta_{latlat}$	<b>1,28E-05</b>	<b>6,08E-05</b>	<b>1,18E-03</b>	<b>3,49E-05</b>	<b>1,49E-05</b>

Transect		l/L				
270°	h/H	0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
	1,0	0,015	0,040	0,050	0,048	0,025
	0,8	0,023	0,035	0,045	0,040	0,023
	0,6	0,015	0,023	0,030	0,025	0,020
	0,4	0,010	0,008	0,010	0,013	0,010
	0,2	-0,010	-0,023	-0,018	-0,013	-0,005
	0,1	-0,025	-0,035	-0,025	-0,018	-0,013
	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	V <sub>moy</sub>	0,007	0,010	0,016	0,016	0,011
	$\beta_{latlat}$	<b>1,41E-05</b>	<b>3,95E-05</b>	<b>4,21E-05</b>	<b>2,96E-05</b>	<b>9,93E-06</b>

Tableau B.3 Coefficients de dispersion  $\beta_{longlat}$

Transects		l/L				
		0,8	0,4	0,0	-0,2	-0,8
0°	$\beta_{\text{longlat}}$	6,94E-06	5,16E-07	-2,14E-06	-5,20E-07	-1,04E-06
90°	$\beta_{\text{longlat}}$	2,61E-05	7,57E-05	6,29E-05	5,27E-05	1,22E-05
180°	$\beta_{\text{longlat}}$	2,30E-05	4,54E-05	1,35E-04	1,75E-05	8,71E-06
270°	$\beta_{\text{longlat}}$	4,59E-05	5,20E-05	4,57E-05	3,12E-05	9,38E-06



## C. Termes de dispersion sur la rivière des Escoumins

---

Les termes de dispersion calculés à partir des 47 profils verticaux mesurés, ont été introduits dans le modèle sous forme de termes pondérateurs de la convection  $(1+\alpha)$ , à l'aide de la formule :

$$\alpha = \frac{1}{H} \left\langle \frac{(u - u_m)^2}{u_m^2} \right\rangle.$$

Les coefficients de dispersion obtenus ne sont pas anisotropes puisque nous avons seulement le module de la vitesse le long de chaque profil et non les vitesses longitudinale et latérale. La vitesse moyenne sur la profondeur a été calculée par la méthode des trapèzes à partir du profil complet. La vitesse au fond a été considérée nulle. La vitesse en surface (à la profondeur égale à la profondeur totale), où aucune mesure n'a pu être prise, a été choisie égale à la vitesse mesurée à la plus haute profondeur.

Nous présentons ici au Tableau C.1 les profils verticaux des vitesses moyennes utilisés ainsi que les valeurs des termes de dispersion obtenus. La Figure C.1 montre l'emplacement des points de mesures sur les 10 transects. Sur chaque transect, la numérotation des points de mesures se fait de la rive droite vers la rive gauche.

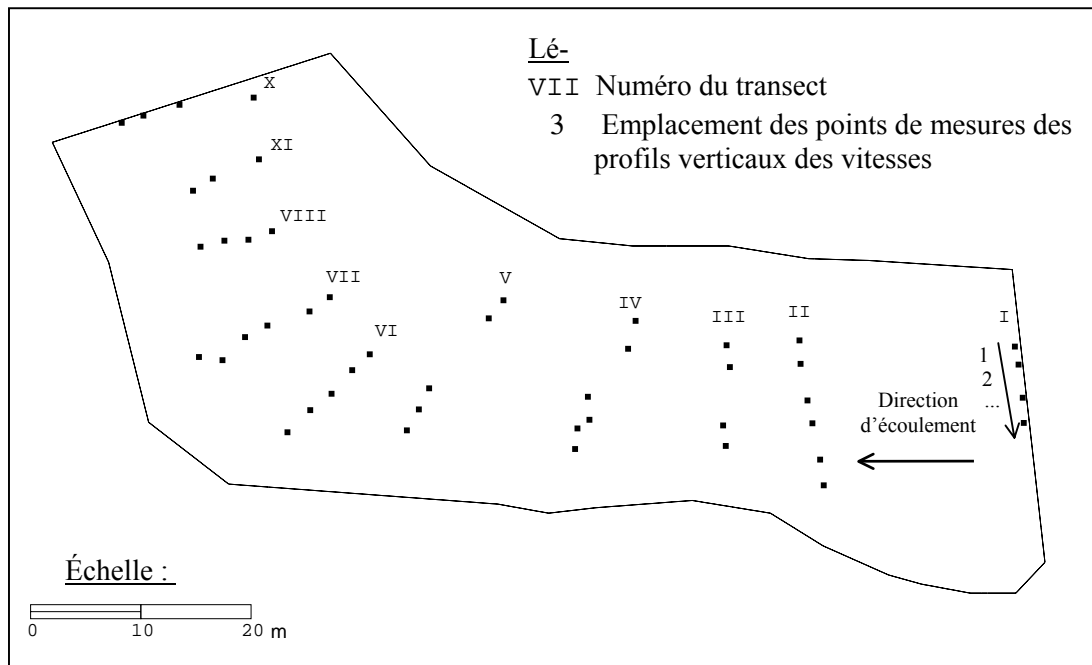


Figure C.1 Emplacement des points de mesure des profils verticaux

Tableau C.1 Profils des vitesses mesurés sur la rivière des Escoumins et valeurs des termes de dispersion  $a_{ij}$  correspondants

Emplacement	I, 1		I, 2		I, 3	
	H	V	H	V	H	V
	0,47	2,04	0,55	1,99		
	0,42	1,99	0,50	2,04	0,34	1,65
	0,37	1,85	0,43	1,96	0,31	1,59
	0,32	1,82	0,36	1,87	0,28	1,59
	0,27	1,76	0,29	1,68	0,25	1,53
	0,22	1,68	0,22	1,62	0,22	1,51
H total	0,55		0,64		0,43	
$V_{\text{moy}}$	1,48		1,49		1,17	
$\alpha$	4,37E-03		8,45E-03		8,91E-04	

Emplacement	I, 4	
	H	V
	0,42	1,02
	0,38	1,05
	0,34	1,02
	0,30	1,02
	0,26	1,00
	0,22	0,97
H total	0,5	
V <sub>moy</sub>	0,77	
$\alpha$	<b>1,08E-03</b>	

Emplacement	II, 1		II, 2		II, 3	
	H	V	H	V	H	V
			0,46	1,73	0,50	1,76
			0,42	1,70	0,40	1,59
			0,38	1,70	0,30	1,53
	0,31	1,56	0,34	1,73	0,25	1,36
	0,28	1,68	0,30	1,68	0,20	1,19
	0,25	1,56	0,26	1,62	0,15	1,14
	0,22	1,56	0,22	1,59	0,10	1,02
H total	0,42		0,5		0,6	
V <sub>moy</sub>	1,16		1,27		1,31	
$\alpha$	<b>1,52E-03</b>		<b>1,29E-03</b>		<b>2,53E-02</b>	

Emplacement	II, 4		II, 5		II, 6	
	H	V	H	V	H	V
	0,45	1,65	0,52	1,36		
	0,40	1,59	0,45	1,36		
	0,35	1,48	0,40	1,31		
	0,30	1,48	0,35	1,31		
	0,25	1,48	0,30	1,19		
	0,20	1,31	0,25	1,14		
	0,15	1,02	0,20	1,02	0,14	1,14
	0,10	0,91	0,15	0,91	0,08	0,68
H total	0,53		0,52		0,35	
V <sub>moy</sub>	1,22		1,07		1,12	
$\alpha$	<b>3,11E-02</b>		<b>1,61E-02</b>		<b>5,92E-02</b>	

Emplacement	III, 1		III, 2		III, 3	
	H	V	H	V	H	V
					0,52	1,82
					0,49	1,85
					0,46	1,79
					0,40	1,70
					0,34	1,62
	0,10	0,91	0,18	1,19	0,28	1,51
	0,07	0,91	0,07	0,91	0,22	1,42
H total	0,24		0,46		0,62	
V <sub>moy</sub>	0,90		1,18		1,34	
$\alpha$	<b>0,00E+00</b>		<b>2,76E-02</b>		<b>8,40E-03</b>	

Emplacement	III, 4	
	H	V
	0,60	1,59
	0,55	1,53
	0,50	1,53
	0,43	1,56
	0,36	1,48
	0,29	1,31
	0,22	1,17
H total	0,64	
V <sub>moy</sub>	1,16	
$\alpha$	<b>1,36E-02</b>	

Emplacement	IV, 1		IV, 2		IV, 3	
	H	V	H	V	H	V
					0,28	1,85
	0,12	0,97	0,12	0,91	0,25	1,70
	0,07	0,80	0,07	0,74	0,22	1,70
H total	0,29		0,3		0,4	
V <sub>moy</sub>	0,95		0,90		1,28	
$\alpha$	<b>9,81E-03</b>		<b>1,12E-02</b>		<b>1,28E-03</b>	

Emplacement	IV, 4		IV, 5		IV, 6	
	H	V	H	V	H	V
					0,84	2,13
	0,38	1,90	0,48	2,19	0,77	2,02
	0,34	1,90	0,45	1,96	0,66	1,87
	0,31	1,85	0,39	1,87	0,55	1,73
	0,28	1,65	0,35	1,82	0,44	1,68
	0,25	1,70	0,29	1,76	0,33	1,51
	0,22	1,56	0,22	1,68	0,22	1,36
H total	0,5		0,6		0,92	
V <sub>moy</sub>	1,34		1,54		1,49	
$\alpha$	<b>6,39E-03</b>		<b>4,38E-03</b>		<b>1,73E-02</b>	

Emplacement	V, 1		V, 2		V, 3	
	H	V	H	V	H	V
	0,08	0,48			0,10	0,68
	0,07	0,48	0,08	0,50	0,07	0,58
H total	0,21		0,19		0,26	
V <sub>moy</sub>	0,40		0,40		0,56	
$\alpha$	<b>0,00E+00</b>		<b>0,00E+00</b>		<b>6,86E-03</b>	

Emplacement	V, 4		V, 5	
	H	V	H	V
	0,97	0,77	1,37	1,45
	0,82	0,68	1,06	1,28
	0,67	0,63	0,85	1,34
	0,52	0,65	0,64	1,48
	0,37	0,83	0,43	1,53
	0,22	0,80	0,22	1,51
H total	1,22		1,72	
V <sub>moy</sub>	0,67		1,32	
$\alpha$	<b>1,19E-02</b>		<b>4,81E-03</b>	

Emplacement	VI, 1		VI, 2		VI, 3	
	H	V	H	V	H	V
	1,15	0,02	1,38	–	1,30	0,51
	0,98	0,03	1,14	–	1,10	0,57
	0,80	0,03	0,90	–	0,90	0,60
	0,65	0,07	0,71	–	0,73	0,74
	0,50	0,12	0,56	–	0,56	0,88
	0,35	0,07	0,39	–	0,39	1,00
	0,22	0,10	0,22	–	0,22	0,97
H total	1,25		1,42		1,4	
V <sub>moy</sub>	0,05		–		0,69	
$\alpha$	<b>2,75E-01</b>		<b>2,00E-01*</b>		<b>5,40E-02</b>	

\* valeur approximée

Emplacement	VI, 4		VI, 5	
	H	V	H	V
	1,56	0,51	1,46	1,62
	1,29	0,71	1,20	1,28
	1,02	0,88	0,94	1,14
	0,82	0,91	0,76	1,02
	0,62	0,91	0,58	0,94
	0,42	0,71	0,40	0,68
	0,22	0,65	0,22	0,83
H total	1,63		1,55	
V <sub>moy</sub>	0,72		0,96	
$\alpha$	<b>3,14E-02</b>		<b>6,05E-02</b>	

Emplacement	VII, 1		VII, 2		VII, 3	
	H	V	H	V	H	V
	0,63	0,12	0,84	0,18	0,72	0,83
	0,61	0,12	0,73	0,13	0,67	0,94
	0,58	0,06	0,62	0,06	0,62	0,97
	0,49	0,19	0,52	0,07	0,52	0,97
	0,40	0,13	0,42	0,06	0,42	0,94
	0,31	0,10	0,32	0,01	0,32	0,94
	0,22	0,06	0,22	0,01	0,22	0,97
H total	0,72		0,87		0,8	
V <sub>moy</sub>	0,09		0,06		0,82	
$\alpha$	<b>2,35E-01</b>		<b>7,93E-01</b>		<b>1,13E-03</b>	

Emplacement	VII, 4		VII, 5		VII, 6	
	H	V	H	V	H	V
					0,55	1,19
	0,65	1,05	0,77	0,94	0,38	1,25
	0,58	1,05	0,66	1,00	0,28	1,39
	0,49	1,05	0,55	1,02	0,23	1,26
	0,40	1,08	0,44	1,02	0,18	1,18
	0,31	1,08	0,33	1,02	0,13	1,10
	0,22	1,05	0,22	0,94	0,08	0,88
H total	0,75		0,92		0,65	
V <sub>moy</sub>	0,89		0,85		0,91	
$\alpha$	<b>1,97E-04</b>		<b>1,81E-03</b>		<b>1,09E-02</b>	

Emplacement	VIII, 1		VIII, 2		VIII, 3	
	H	V	H	V	H	V
	0,50	0,77				
	0,40	0,74	0,50	0,77	0,41	1,00
	0,35	0,73	0,40	0,81	0,37	1,05
	0,30	0,67	0,30	0,87	0,34	1,11
	0,25	0,83	0,25	0,84	0,31	1,08
	0,20	0,68	0,20	0,79	0,28	1,05
	0,15	0,63	0,15	0,61	0,25	1,02
	0,08	0,50	0,08	0,51	0,22	1,00
H total	0,58		0,61		0,5	
V <sub>moy</sub>	0,65		0,70		0,8	
$\alpha$	<b>1,59E-02</b>		<b>2,37E-02</b>		<b>2,44E-03</b>	

Emplacement	VIII, 4	
	H	V
	0,74	1,00
	0,62	0,91
	0,52	0,85
	0,42	0,74
	0,32	0,60
	0,22	0,51
H total	0,89	
V <sub>moy</sub>	0,68	
$\alpha$	<b>4,33E-02</b>	

Emplacement	IX, 1		IX, 2		IX, 3	
	H	V	H	V	H	V
					0,65	0,99
					0,60	0,92
	0,40	0,88	0,50	1,02	0,50	0,91
	0,35	0,85	0,40	0,97	0,40	0,91
	0,30	0,90	0,30	0,90	0,35	0,89
	0,25	0,82	0,25	0,85	0,30	0,88
	0,20	0,83	0,20	0,85	0,25	0,88
	0,15	0,71	0,15	0,76	0,20	0,83
	0,10	0,65	0,10	0,67	0,15	0,80
H total	0,52		0,62		0,77	
V <sub>moy</sub>	0,72		0,81		0,80	
$\alpha$	<b>9,96E-03</b>		<b>1,18E-02</b>		<b>1,37E-01</b>	

Emplacement	X, 1		X, 2		X, 3	
	H	V	H	V	H	V
			0,50	1,10	0,50	1,14
			0,40	1,08	0,40	1,10
			0,30	1,03	0,30	1,05
			0,25	1,02	0,25	1,02
			0,20	0,91	0,20	1,00
	0,13	0,92	0,15	0,90	0,15	0,89
	0,07	0,79	0,10	0,83	0,10	0,72
H total	0,33		0,6		0,64	
V <sub>moy</sub>	0,91		0,93		1,07	
$\alpha$	<b>6,88E-03</b>		<b>7,52E-03</b>		<b>1,20E-02</b>	

Emplacement	X, 4	
	H	V
	0,55	1,15
	0,40	1,15
	0,28	1,19
	0,23	1,19
	0,18	1,11
	0,13	1,08
	0,08	0,99
H total	0,68	
V <sub>moy</sub>	1,12	



---

$\alpha$  | **2,23E-03**